

Έχουμε

$$(x+1)f(x) - xf(x+3) = 1 \quad \xRightarrow{\text{θέτουμε } x=0} (0+1)f(0) - 0 \cdot f(0+3) = 1 \Rightarrow f(0) = 1 \quad (1)$$

Ακόμη

$$(x+1)f(x) - xf(x+3) = 1 \quad \xRightarrow{\text{θέτουμε } x=-1} (-1+1)f(-1) - (-1) \cdot f(-1+3) = 1 \Rightarrow f(2) = 1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \boxed{f(0) = f(2)}$$

Άρα η f δεν είναι αντιστρέψιμη

$$f(x+1) = (x+1)f(x) \quad \xRightarrow{\text{θέτουμε } x=0} f(0+1) = (0+1)f(0) \Rightarrow \boxed{f(1) = f(0)}.$$

Άρα η f δεν είναι αντιστρέψιμη

Έχουμε

$$f^2(x) + 1 = -2f(x^2) \quad \xRightarrow{\text{θέτουμε } x=0} f^2(0) + 1 = -2f(0^2) \Rightarrow f^2(0) + 2f(0) + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$[f(0) + 1]^2 = 0 \Rightarrow \boxed{f(0) = -1} \quad (1)$$

Ακόμη

$$f^2(x) + 1 = -2f(x^2) \quad \xRightarrow{\text{θέτουμε } x=1} f^2(1) + 1 = -2f(1^2) \Rightarrow f^2(1) + 2f(1) + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$[f(1) + 1]^2 = 0 \Rightarrow \boxed{f(1) = -1} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \boxed{f(0) = f(1)}$$

Άρα η f δεν είναι αντιστρέψιμη