

## 26.8 1)

Καταρχήν θα πρέπει

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4x^3 + 3\lambda x^2 + 12x + 1 \\ f''(x) &= 12x^2 + 6\lambda x + 12 \\ f''(-1) &= 0 \Rightarrow 12(-1)^2 + 6\lambda(-1) + 12 = 0 \Rightarrow 12 - 6\lambda + 12 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -6\lambda = -24 \Rightarrow \lambda = 4 \end{aligned}$$

**Επαλήθευση**

$$\begin{aligned} \text{Για } \lambda = 4 \text{ είναι } f(x) &= x^4 + 4x^3 + 6x^2 + x + 1 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 12x^2 + 12x + 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow f''(x) = 12x^2 + 24x + 12 \Rightarrow f''(x) = 12(x^2 + 2x + 1) \Rightarrow f''(x) = 12(x+1)^2 \end{aligned}$$

Τα πρόσημα της  $f''$ , και η κυρτότητα της  $f$  φαίνονται στον διπλανό πίνακα

| x        | $-\infty$                                                                           | -1 | $+\infty$                                                                           |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------|----|-------------------------------------------------------------------------------------|
| $f''(x)$ | +                                                                                   | 0  | +                                                                                   |
| $f(x)$   |  |    |  |

Οπότε για  $\lambda = 4$  ναι μεν η  $f''$  μηδενίζεται για  $x = -1$ , αλλά δεν παρουσιάζει σημείο καμπής

Οπότε δεν υπάρχει  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε η συνάρτηση  $f$  να παρουσιάζει καμπή για  $x = -1$

## 26.8 2)

Καταρχήν θα πρέπει

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4x^3 + 6x^2 + 2\lambda x + 1 \\ f''(x) &= 12x^2 + 12x + 2\lambda \\ f''(1) &= 0 \Rightarrow 12 \cdot 1^2 + 12 \cdot 1 + 2\lambda = 0 \Rightarrow 12 + 12 + 2\lambda = 0 \Rightarrow 2\lambda = -24 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \lambda = -12 \end{aligned}$$

**Επαλήθευση**

$$\begin{aligned} \text{Για } \lambda = -12 \text{ είναι } f(x) &= x^4 + 2x^3 - 12x^2 + x - 3 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 24x + 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow f''(x) = 12x^2 + 12x - 24 \Rightarrow f''(x) = 12(x^2 + x - 2) \end{aligned}$$

Είναι

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 + 8 = 9, \quad x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 3}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1, \quad x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2 \end{aligned}$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ ή } x = 1$$

Τα πρόσημα της  $f''$ , και η κυρτότητα της  $f$  φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Οπότε για  $\lambda = -12$  παρατηρούμε ότι πράγματι η  $f$  παρουσιάζει καμπή στο  $x = 1$

|          |                                                                                       |             |                                                                                       |             |                                                                                       |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| x        | $-\infty$                                                                             | -2          |                                                                                       | 1           | $+\infty$                                                                             |
| $f''(x)$ | +                                                                                     | 0           | -                                                                                     | 0           | +                                                                                     |
| $f(x)$   |  |             |  |             |  |
|          |                                                                                       | $\sigma.K.$ |                                                                                       | $\sigma.K.$ |                                                                                       |

## 26.8 3)

Καταρχήν θα πρέπει

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3(\lambda - 7)x^2 + 2\lambda x + 1 \\ f''(x) &= 6(\lambda - 7)x + 2\lambda \\ f''(2) &= 0 \Rightarrow 6(\lambda - 7) \cdot 2 + 2\lambda = 0 \Rightarrow 12\lambda - 84 + 2\lambda = 0 \Rightarrow 14\lambda = 84 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \lambda = 6 \end{aligned}$$

**Επαλήθευση**

$$\begin{aligned} \text{Για } \lambda = 6 \text{ είναι } f(x) &= -x^3 + 6x^2 + x \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 12x + 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow f''(x) = -6x + 12 \Rightarrow f''(x) = -6(x - 2) \end{aligned}$$

$$\text{Είναι } f''(x) = 0 \Rightarrow x = 2$$

Τα πρόσημα της  $f''$ , και η κυρτότητα της  $f$  φαίνονται στον διπλανό πίνακα

| x        | $-\infty$                                                                             | 2    | $+\infty$                                                                             |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------|------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| $f''(x)$ | +                                                                                     | 0    | -                                                                                     |
| $f(x)$   |  |      |  |
|          |                                                                                       | σ.κ. |                                                                                       |

Οπότε για  $\lambda = 6$  παρατηρούμε ότι πράγματι η  $f$  παρουσιάζει καμπή στο  $x = 2$

## 26.8 4)

Καταρχήν θα πρέπει

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4x^3 - 12x^2 + 2\lambda x + 3 \\ f''(x) &= 12x^2 - 24x + 2\lambda \\ f''(1) &= 0 \Rightarrow 12 \cdot 1^2 - 24 \cdot 1 + 2\lambda = 0 \Rightarrow 12 - 24 + 2\lambda = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2\lambda = 12 \Rightarrow \lambda = 6 \end{aligned}$$

**Επαλήθευση**

Για  $\lambda = 6$  είναι  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 3x + 1 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 12x + 3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow f''(x) = 12x^2 - 24x + 12 \Rightarrow f''(x) = 12(x^2 - 2x + 1) \Rightarrow f''(x) = 12(x - 1)^2$$

Τα πρόσημα της  $f''$ , και η κυρτότητα της  $f$  φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Οπότε για  $\lambda = 6$  ναι μεν η  $f''$  μηδενίζεται για  $x = 1$ , αλλά δεν παρουσιάζει σημείο καμπής

Οπότε δεν υπάρχει  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε η συνάρτηση  $f$  να παρουσιάζει καμπή για  $x = 1$

| x        | $-\infty$                                                                           | 1 | $+\infty$                                                                           |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------|---|-------------------------------------------------------------------------------------|
| $f''(x)$ | +                                                                                   | 0 | +                                                                                   |
| $f(x)$   |  |   |  |