

26.33

α) Επειδή η f είναι κυρτή η f' θα είναι γνησίως αύξουσα. Οπότε

$$\text{για κάθε } x < 0 \overset{f' \nearrow}{\Rightarrow} f'(x) < f'(0) \overset{f'(0)=0}{\Rightarrow} f'(x) < 0$$

$$\text{για κάθε } x > 0 \overset{f' \nearrow}{\Rightarrow} f'(x) > f'(0) \overset{f'(0)=0}{\Rightarrow} f'(x) > 0$$

β) Από το προηγούμενο ερώτημα και επειδή $f(0) = 0$ προκύπτει ότι ο πίνακας μονοτονίας της f είναι ο παρακάτω

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$					

Άρα

$$\text{για κάθε } x \leq 0 \overset{f \searrow}{\Rightarrow} \boxed{f(x) \geq 0}$$

$$\text{για κάθε } x \geq 0 \overset{f \nearrow}{\Rightarrow} \boxed{f(x) \geq 0}$$

Επομένως για κάθε $x \in \mathbb{R}$ είναι $\boxed{f(x) \geq 0}$