

α) Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[α, β]$,

είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $(α, β)$

$$f(α) = f(β)$$

Οπότε σύμφωνα με το θεώρημα Rolle υπάρχει $x_0 \in (α, β)$, τέτοιο ώστε

$$f'(x_0) = 0 \quad (1)$$

β) Επειδή η f είναι κυρτή η f' είναι γνησίως αύξουσα και επειδή προφανώς $α < ξ < β$ θα είναι

$$α < ξ < β \Rightarrow \overset{f' \nearrow}{f'(α)} < f'(ξ) < \overset{f'(ξ)=0}{f'(β)} \Rightarrow f'(α) < 0 < f'(β)$$

Οπότε προφανώς $\boxed{f'(α) \cdot f'(β) < 0}$