

Η συνάρτηση f
είναι συνεχής στο διάστημα $[0,1]$,
είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $(0,1)$

Οπότε σύμφωνα με το **θεώρημα μέσης τιμής** υπάρχει $\xi \in (0,1)$, τέτοιο ώστε

$$f'(\xi) = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} \Rightarrow f'(\xi) = f(1) - f(0) \quad (1)$$

Επειδή η f είναι κυρτή στο $[0,1]$ συμπεραίνουμε ότι η f' είναι γνησίως αύξουσα στο $[a,b]$ οπότε

$$\xi < 1 \Rightarrow f'(\xi) < f'(1) \stackrel{(1)}{\Rightarrow} f(1) - f(0) < f'(1) \stackrel{f'(1)=f'(0)-f(0)}{\Rightarrow} f(1) - \cancel{f(0)} < f'(0) - \cancel{f(0)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{f(1) < f'(0)}$$