

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$,

είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα (α, β)

Οπότε σύμφωνα με το θεώρημα μέσης τιμής υπάρχει $\xi_1 \in (\alpha, \beta)$, τέτοιο ώστε

$$f'(\xi_1) = \frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha} \quad (1)$$

Ακόμη

Η συνάρτηση f

είναι συνεχής στο διάστημα $[\beta, \gamma]$,

είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα (β, γ)

Οπότε σύμφωνα με το θεώρημα μέσης τιμής υπάρχει $\xi_2 \in (\beta, \gamma)$, τέτοιο ώστε

$$f'(\xi_2) = \frac{f(\gamma) - f(\beta)}{\gamma - \beta} \quad (2)$$

Επειδή η f είναι κυρτή η f' είναι γνησίως αύξουσα και επειδή προφανώς $\xi_1 < \xi_2$ θα είναι

$$\xi_1 < \xi_2 \xrightarrow{f' \nearrow} f'(\xi_1) < f'(\xi_2) \stackrel{(1),(2)}{\Rightarrow} \boxed{\frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha} < \frac{f(\gamma) - f(\beta)}{\gamma - \beta}}$$