

26.22

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με

$$f'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 3x \quad \text{και} \quad f''(x) = 12x^2 + 6ax + 3 = 3(4x^2 + 2ax + 1)$$

Για να στρέφει η f τα κοίλα άνω σε όλο το $\mathbb{R}$ θα πρέπει το τριώνυμο $4x^2 + 2ax + 1$ να είναι θετικό σε όλο το $\mathbb{R}$ (ή έστω να μηδενίζεται σε μεμονωμένα σημεία)

Άρα θα πρέπει

$$\Delta \leq 0 \Leftrightarrow 4a^2 - 16 \leq 0 \Leftrightarrow 4a^2 \leq 16 \Leftrightarrow a^2 \leq 4 \Leftrightarrow a \in [-2, 2]$$