

26.20

Η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με $f'(x) = 3x^2 - 2\lambda x + 1$
και $f''(x) = 6x - 2\lambda$

$$\text{Οπότε } f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 2\lambda = 0 \Leftrightarrow 6x = 2\lambda \Leftrightarrow x = \frac{2\lambda}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\lambda}{3}$$

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow 6x - 2\lambda > 0 \Leftrightarrow 6x > 2\lambda \Leftrightarrow x > \frac{2\lambda}{6} \Leftrightarrow x > \frac{\lambda}{3}$$

$$f''(x) < 0 \Leftrightarrow 6x - 2\lambda < 0 \Leftrightarrow 6x < 2\lambda \Leftrightarrow x < \frac{2\lambda}{6} \Leftrightarrow x < \frac{\lambda}{3}$$

Τα πρόσημα της f'' φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	$\frac{\lambda}{3}$	$+\infty$
$f''(x)$		Φ	
	-		+
$f(x)$		σημείο καμπής	

Άρα η f έχει σημείο καμπής στο $A\left(\frac{\lambda}{3}, f\left(\frac{\lambda}{3}\right)\right)$

Επομένως για να έχει οριζόντια εφαπτομένη στο σημείο καμπής της θα πρέπει

$$f'\left(\frac{\lambda}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 3\left(\frac{\lambda}{3}\right)^2 - 2\lambda \frac{\lambda}{3} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{\lambda^2}{3} - \frac{2\lambda^2}{3} + 1 = 0 \Leftrightarrow -\frac{\lambda^2}{3} = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 = 3 \Leftrightarrow \boxed{\lambda = \pm\sqrt{3}}$$