

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

26.10 1)

Η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με

$$f'(x) = 4\alpha x^3 + 3\beta x^2 + 2\gamma x + \delta \quad f''(x) = 12\alpha x^2 + 6\beta x + 2\gamma$$

Αφού η f έχει δύο σημεία καμπής θα πρέπει η f'' να έχει δύο ρίζες. Άρα θα είναι

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (6\beta)^2 - 4 \cdot 12\alpha \cdot 2\gamma > 0 \Leftrightarrow 36\beta^2 - 96\alpha\gamma > 0 \stackrel{\text{διαιρούμε με } 12}{\Leftrightarrow} 3\beta^2 - 8\alpha\gamma > 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 3\beta^2 > 8\alpha\gamma$$

26.10 2)

Η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με

$$f'(x) = 4\alpha x^3 - 12x^2 + 2x - 5 \quad f''(x) = 12\alpha x^2 - 24x + 2 = 2(6\alpha x^2 - 12x + 1)$$

Αφού η f έχει δύο σημεία καμπής θα πρέπει η f'' να έχει δύο ρίζες. Άρα θα είναι

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (-12)^2 - 4 \cdot 6\alpha \cdot 1 > 0 \Leftrightarrow 144 - 24\alpha > 0 \Leftrightarrow -24\alpha > -144 \Leftrightarrow \alpha < 6$$