

26.1 1)

- α) Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολωνυμική με $f'(x) = 3x^2 - 6x + 1$ και $f''(x) = 6x - 6 = 6(x - 1)$

$$\text{Είναι } f''(x) = 0 \Rightarrow 6(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 1$$

Τα πρόσημα της f'' , η κυρτότητα και τα σημεία καμπής της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Οπότε η f είναι

κοίλη στο $(-\infty, 1]$ και κυρτή στο $[1, +\infty)$

και παρουσιάζει σημείο καμπής στο $(1, f(1) = -5)$ δηλαδή στο $(1, -5)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+
$f(x)$		σ.κ.	

- β) Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολωνυμική με

$$f'(x) = 4x^3 - 12x \text{ και } f''(x) = 12x^2 - 12 = 12(x^2 - 1) = 12(x - 1)(x + 1)$$

$$\text{Είναι } f''(x) = 0 \Rightarrow 12(x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ ή } x = 1$$

Τα πρόσημα της f'' , η κυρτότητα και τα σημεία καμπής της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Οπότε η f είναι

κυρτή στο $(-\infty, -1]$ και στο $[1, +\infty)$ και κοίλη στο $[-1, 1]$

και παρουσιάζει σημείο καμπής

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f''(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		$\sigma.\kappa.$		$\sigma.\kappa.$	

26.1 2)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολωνυμική με

$$f'(x) = 2x - 4 \text{ και } f''(x) = 2 > 0$$

Οπότε η f είναι κυρτή στο $\mathbb{R}$ και δεν παρουσιάζει σημείο καμπής

26.1 3)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολωνυμική με

$$f'(x) = -4x + 5 \text{ και } f''(x) = -4 < 0$$

Οπότε η f είναι κοίλη στο $\mathbb{R}$ και δεν παρουσιάζει σημείο καμπής

26.1 4)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολωνυμική με

$$f'(x) = 6x^2 + 24x + 7 \text{ και } f''(x) = 12x + 24 = 12(x + 2)$$

$$\text{Είναι } f''(x) = 0 \Rightarrow 12(x + 2) = 0 \Rightarrow x = -2$$

Τα πρόσημα της f'' , η κυρτότητα και τα σημεία καμπής της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+
$f(x)$		σημείο καμπής	

Οπότε η f είναι

κοίλη στο $(-\infty, -2]$

κυρτή στο $[-2, +\infty)$

και παρουσιάζει σημείο καμπής στο $(-2, f(-2)=8)$ δηλαδή στο $(-2, 8)$

26.1 5)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με

$$f'(x) = -3x^2 + 12x - 4 \quad \text{και} \quad f''(x) = -6x + 12 = -6(x - 2)$$

$$\text{Είναι } f''(x) = 0 \Rightarrow 12(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 2$$

Τα πρόσημα της f'' , η κυρτότητα και τα σημεία καμπής της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f''(x)$		+	0	-	
$f(x)$			σημείο καμπής		

Οπότε η f είναι

κυρτή στο $(-\infty, 2]$

κοίλη στο $[2, +\infty)$

και παρουσιάζει σημείο καμπής στο $(2, f(2)=3)$ δηλαδή στο $(2, 3)$

26.1 6)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με

$$f'(x) = -12x^2 - 24x - 7 \quad \text{και} \quad f''(x) = -24x - 24 = -24(x + 1)$$

$$\text{Είναι } f''(x) = 0 \Rightarrow -24(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -1$$

Τα πρόσημα της f'' , η κυρτότητα και τα σημεία καμπής της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f''(x)$		+	0	-	
$f(x)$			σημείο καμπής		

Οπότε η f είναι

κυρτή στο $(-\infty, -1]$

κοίλη στο $[-1, +\infty)$

και παρουσιάζει σημείο καμπής στο $(-1, f(-1)=1)$ δηλαδή στο $(-1, 1)$

26.1 7)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 - 24x + 20 \quad \text{και} \quad f''(x) = 12x^2 - 12x - 24 = 12(x^2 - x - 2)$$

$$\Delta = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1-3}{2} \Rightarrow x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{1+3}{2} \Rightarrow x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{Είναι } f''(x) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -1 \text{ ή } x = 2$$

Τα πρόσημα της f'' , η κυρτότητα και τα σημεία καμπής της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	-1		2	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	-	0	+
f(x)		σημείο καμπής		σημείο καμπής	

Οπότε η f είναι

κυρτή στο $(-\infty, -1]$

κοίλη στο $[-1, 2]$

κυρτή στο $[2, +\infty)$

και παρουσιάζει σημείο καμπής

στο $(-1, f(-1) = -22)$ δηλαδή στο $(-1, -22)$

στο $(2, f(2) = -1)$ δηλαδή στο $(2, -1)$

26.1 8)

Η f έχει πεδίο ορισμού το R. Είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο R ως πολυωνυμική με

$$f'(x) = -4x^3 + 12x^2 + 3 \quad \text{και} \quad f''(x) = -12x^2 + 24x = -12x(x-2)$$

$$\text{Είναι } f''(x) = 0 \Rightarrow -12x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ή } x = 2$$

Τα πρόσημα της f'' , η κυρτότητα και τα σημεία καμπής της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	0		2	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+	0	-
f(x)		σημείο καμπής		σημείο καμπής	

Οπότε η f είναι

κοίλη στο $(-\infty, 0]$

κυρτή στο $[0, 2]$

κοίλη στο $[2, +\infty)$

και παρουσιάζει σημείο καμπής

στο $(0, f(0) = -5)$ δηλαδή στο $(0, -5)$

και στο $(2, f(2) = 17)$ δηλαδή στο $(2, 17)$

26.1 9)

Η f έχει πεδίο ορισμού το R. Είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο R ως πολυωνυμική με

$$f'(x) = -8x^3 - 24x^2 + 72x + 17 \quad \text{και} \quad f''(x) = -24x^2 - 48x + 72 = -24(x^2 + 2x - 3)$$

$$\Delta = 16 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2-4}{2} \Rightarrow x_1 = -3 \\ x_2 = \frac{-2+4}{2} \Rightarrow x_2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Είναι } f''(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ ή } x = 1$$

Τα πρόσημα της f'' , η κυρτότητα και τα σημεία καμπής της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	-3		1	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+	0	-
f(x)		σημείο καμπής		σημείο καμπής	

Οπότε η f είναι

κοίλη στο $(-\infty, -3]$

κυρτή στο $[-3, 1]$

κοίλη στο $[1, +\infty)$

και παρουσιάζει σημείο καμπής

στο $(-3, f(-3) = 331)$ δηλαδή στο $(-3, 331)$

και στο $(1, f(1) = 47)$ δηλαδή στο $(1, 47)$