25.66

Για να αντιστρέφεται η f θα πρέπει

α) η συνάρτηση f_1 με τύπο $f_1(x)=\lambda x+1$ και πεδίο ορισμού $A_1=(-\infty,1]$ να είναι 1 – 1

β) η συνάρτηση f_2 με τύπο $f_2(x)=x+2$ και πεδίο ορισμού $A_2=(1,+\infty)$ να είναι 1 – 1

γ) τα σύνολα τιμών $f_1(A_1)$ και $f_2(A_2)$ να <u>μην έχουν κοινά στοιχεία</u>

Όμως

Η συνάρτηση f_1 είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική με $f_1'(x)=\lambda>0$ και άρα η f_1 είναι γνησίως αύξουσα άρα και 1 – 1

Η συνάρτηση f_2 είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική με $f_1'(x)=1>0$ και άρα η f_2 είναι γνησίως αύξουσα άρα και 1 – 1

Μένει λοιπόν να βρούμε το λ ώστε τα σύνολα τιμών $f_1(A_1)$ και $f_2(A_2)$ να μην έχουν κοινά στοιχεία

Επειδή η f_1 είναι γνησίως αύξουσα και έχει πεδίο ορισμού το $A_1=(-\infty,1]$, θα είναι

$$f(A_1)=\left(\lim_{x\to-\infty} f(x), f(1)\right] \overset{\substack{\lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(\lambda x+1)=\lim\limits_{x\to-\infty}(\lambda x)\overset{\lambda>0}{=}-\infty \\ f(1)=\lambda\cdot 1+1=\lambda+1}}{=} (-\infty,\lambda+1]$$

Επειδή η f_2 είναι γνησίως αύξουσα και έχει πεδίο ορισμού το $A_2=(1,+\infty)$, θα είναι

$$f(A_2)=\left(\lim_{x\to1^+} f(x), \lim_{x\to+\infty} f(x)\right) \overset{\substack{\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}(x+2)=3 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)=+\infty}}{=} (3,+\infty)$$

Οπότε προκειμένου τα σύνολα τιμών $f_1(A_1)$ και $f_2(A_2)$ να μην έχουν κοινά στοιχεία θα πρέπει $\lambda+1\le 3\Rightarrow \boxed{\lambda\le 2}$

Άρα ο μεγαλύτερος θετικός αριθμός λ για τον οποίο αντιστρέφεται η συνάρτηση f είναι ο $\boxed{\lambda=2}$