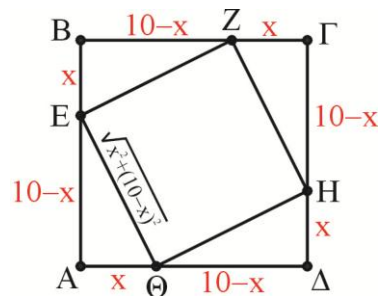


Έστω  $A\Theta = x$ ,  $0 < x < 10$ . Τότε  $\Theta\Delta = 10 - x$   
 Επειδή τα τρίγωνα  $A\Theta E$ ,  $BZE$ ,  $\Gamma ZH$  και  $\Theta\Delta H$  είναι ίσα  
 θα έχουμε

$$A\Theta = BE = \Gamma Z = \Delta H = x$$

και

$$\Theta\Delta = AE = BZ = \Gamma H = 10 - x$$



Με Πυθαγόρειο Θεώρημα βρίσκουμε ότι  $EZ = \sqrt{x^2 + (10 - x)^2}$  που είναι και η  
 πλευρά του τετραγώνου  $EZH\Theta$ . Επομένως το εμβαδό του  $EZH\Theta$  είναι

$$E(x) = EZ^2 = \sqrt{x^2 + (10 - x)^2}^2 \Rightarrow E(x) = x^2 + (10 - x)^2, \quad 0 < x < 10$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό ελάχιστο η  $E$

Η  $E$  είναι παραγωγίσιμη στο  $(0, 10)$  ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων με

$$E'(x) = 2x - 2(10 - x) \Rightarrow E'(x) = 2x - 20 + 2x \Rightarrow E'(x) = 4x - 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E'(x) = 4(x - 5)$$

Έτσι η  $E'$  μηδενίζεται στο  $x_0 = 5$

$$\text{με } E(5) = 5^2 + (10 - 5)^2 = 50$$

Τα πρόσημα της  $f'$ , η μονοτονία και τα  
 ακρότατα της  $f$  φαίνονται στον διπλανό πίνακα  
 μονοτονίας

| x       | 0 | 5              | 10 |
|---------|---|----------------|----|
| $E'(x)$ | - | 0              | +  |
| $E(x)$  |   | 50             |    |
|         |   | ολικό ελάχιστο |    |

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η  $f$  παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο  $x_0 = 5$   
 ίσο με 50

Επομένως για κάθε  $x \in (0, 10)$  είναι  $E(x) \geq 50$