

Η f είναι ως πολυωνυμική είναι ορισμένη και παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με

$$f'(x) = 12x^3 - 24x^2 + 36x - 24 = 12(x^3 - 2x^2 + 3x - 2) \stackrel{\text{παραγοντοποίηση με Horner}}{=} =$$

$$= 12(x^3 - 2x^2 + 3x - 2) = 12(x-1)(x^2 - x + 2)$$

Η f' μηδενίζεται στο $x_1 = 1$ (το τριώνυμο $x^2 - x + 2$ έχει $\Delta = -7 < 0$) με

$$f(1) = 3 \cdot 1^4 - 8 \cdot 1^3 + 18 \cdot 1^2 - 24 \cdot 1 + 11\alpha = 11\alpha - 11$$

Ακόμη

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4) = +\infty$$

Τα πρόσημα της f' , η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\emptyset$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\swarrow$ $11\alpha - 11$ $\searrow$		$\swarrow$ $+\infty$	

Οπότε

- α) Αν $\alpha < 1$, τότε $11\alpha - 11 < 0$ και σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα η f έχει ακριβώς δύο ρίζες, (μία ακριβώς στο διάστημα $(-\infty, 1]$ και μία ακριβώς στο διάστημα $[1, +\infty)$) οπότε το διάγραμμα της f έχει ακριβώς δύο κοινά σημεία με τον άξονα $x'x$
- β) Αν $\alpha = 1$, τότε $11\alpha - 11 = 0$ και σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα η f έχει ακριβώς μία ρίζα, (και μάλιστα την $x_0 = 1$) οπότε το διάγραμμα της f έχει ακριβώς ένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$
- γ) Αν $\alpha > 1$, τότε $11\alpha - 11 > 0$ και σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα η f δεν έχει καμία ρίζα, οπότε το διάγραμμα της f δεν έχει κανένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$