

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

25.6 1)

Είναι $-x^2 + 4x \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 4]$. Άρα η f έχει πεδίο ορισμού το $A = [0, 4]$.

Είναι παραγωγίσιμη στο $(0, 4)$, ως σύνθεση παραγωγίσιμων συναρτήσεων (στο $x_1 = 0$ και στο $x_2 = 4$ δεν είναι παραγωγίσιμη, αλλά είναι συνεχής) με

$$f'(x) = \frac{-2x+4}{\sqrt{-x^2+4x}} = \frac{\cancel{2}(-x+2)}{\cancel{2}\sqrt{-x^2+4x}} = \frac{-x+2}{\sqrt{-x^2+4x}}$$

$$\text{Είναι } f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-x+2}{\sqrt{-x^2+4x}} = 0 \Rightarrow x = 2$$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα. Οπότε η f έχει
τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 0$ ίσο με $f(0) = 0$
τοπικό μέγιστο στο $x_1 = 2$ ίσο με $f(2) = 2$
τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 4$ ίσο με $f(4) = 0$

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$			+	0	-
f(x)			0	2	0
		τε	↑	τμ	↓
				τε	

25.6 2)

Είναι $-x^2 + 8x \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 8]$. Άρα η f έχει πεδίο ορισμού το $A = [0, 8]$.

Είναι παραγωγίσιμη στο $(0, 8)$, ως σύνθεση παραγωγίσιμων συναρτήσεων (στο $x_1 = 0$ και στο $x_2 = 8$ δεν είναι παραγωγίσιμη, αλλά είναι συνεχής) με

$$f'(x) = \frac{-2x+8}{\sqrt{-x^2+8x}} = \frac{\cancel{2}(-x+4)}{\cancel{2}\sqrt{-x^2+8x}} = \frac{-x+4}{\sqrt{-x^2+8x}}$$

$$\text{Είναι } f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-x+4}{\sqrt{-x^2+8x}} = 0 \Rightarrow x = 4$$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα. Οπότε η f έχει
τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 0$ ίσο με $f(0) = 0$
τοπικό μέγιστο στο $x_1 = 4$ ίσο με $f(4) = 4$
τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 8$ ίσο με $f(8) = 0$

x	$-\infty$	0	4	8	$+\infty$
$f'(x)$			+	0	-
f(x)			0	4	0
		τε	↑	τμ	↓
				τε	

25.6 3)

Είναι παραγωγίσιμη στο $(1, 5)$, ως σύνθεση παραγωγίσιμων συναρτήσεων (στο $x_1 = 1$ και στο $x_2 = 5$ δεν είναι παραγωγίσιμη, αλλά είναι συνεχής) με

$$f'(x) = \frac{2x-6}{\sqrt{x^2-6x+5}} = \frac{\cancel{2}(x-3)}{\cancel{2}\sqrt{x^2-6x+5}} = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}}$$

$$\text{Είναι } f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}} = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ (απορρίπτεται)}$$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα. Οπότε η f έχει
τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 1$ ίσο με $f(1) = 0$
τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = 5$ ίσο με $f(5) = 0$

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$
$f'(x)$			-	0	+
f(x)			0	0	
		τε	↓	τε	↑