

Η f έχει πεδίο ορισμού το $(0, +\infty)$. Είναι $f(x) = x^{\sqrt{x}} = e^{\ln x \sqrt{x}} = e^{\sqrt{x} \ln x}$ για κάθε $x \in (0, +\infty)$

Οπότε η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως σύνθεση παραγωγίσιμων συναρτήσεων με

$$f'(x) = e^{\sqrt{x} \ln x} \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x} \right) = e^{\sqrt{x} \ln x} \frac{\sqrt{x} \ln x + 2\sqrt{x}}{2x\sqrt{x}} = e^{\sqrt{x} \ln x} \frac{\sqrt{x} (\ln x + 2)}{2x\sqrt{x}}$$

$$\text{Είναι } f'(x) = 0 \Rightarrow e^{\sqrt{x} \ln x} \frac{\sqrt{x} (\ln x + 2)}{2x\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow \ln x + 2 = 0 \Rightarrow \ln x = -2 \Rightarrow x = e^{-2}$$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	0	e^{-2}	$+\infty$
$f'(x)$			$-$	$+$
$f(x)$			$e^{-2e^{-1}}$	

Άρα η f έχει

τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = e^{-2}$ ίσο με $f(e^{-2}) = e^{-2e^{-1}}$