## 25.54

Η f έχει πεδίο ορισμού το $(0,+\infty)$. Είναι $f(x)=x^x=e^{\ln x^x}=e^{x\ln x}$ για κάθε $x\in(0,+\infty)$

Οπότε η f είναι παραγωγίσιμη στο R ως σύνθεση παραγωγίσιμων συναρτήσεων με $f'(x)=e^{x\ln x}(\ln x+1)$

Είναι $f'(x)=0\Rightarrow e^{x\ln x}(\ln x+1)=0\Rightarrow \ln x+1=0\Rightarrow \ln x=-1\Rightarrow x=e^{-1}$

Τα πρόσημα της $f'$ η μονοτονία και τα ακρότατα της φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | | $e^{-1}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | ‖ | $\searrow$ | $\boxed{e^{-e^{-1}}}$ | $\nearrow$ | |

Άρα η f έχει

τοπικό ελάχιστο στο $x_1=e^{-1}$ ίσο με $f\left(e^{-1}\right)=e^{-e^{-1}}$