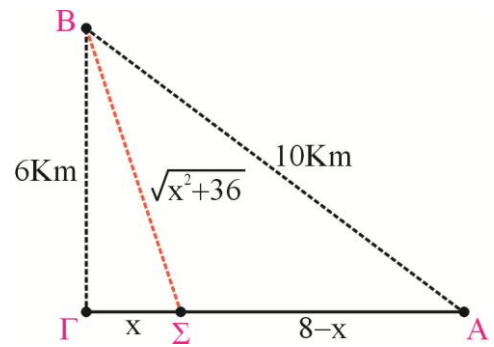


Καταρχήν με Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ABΓ βρίσκουμε ότι $ΑΓ = 8$

Έστω ότι ο κωπηλάτης θα αποβιβαστεί στο σημείο Σ με $ΓΣ = x$

Με Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΒΓΣ βρίσκουμε ότι $ΒΣ = \sqrt{x^2 + 36}$



Από την φυσική ισχύει ότι $\text{χρόνος} = \frac{\text{διάστημα}}{\text{ταχύτητα}}$

οπότε για να φτάσει ο κωπηλάτης στο σημείο Α θα χρειαστεί

να κωπηλατήσει στο $ΒΣ = \sqrt{x^2 + 36}$, με ταχύτητα 3Km/h, σε χρόνο $t_{ΒΣ} = \frac{\sqrt{x^2 + 36}}{3}$

να περπατήσει στο $ΒΣ = 8 - x$ με ταχύτητα 4Km/h σε χρόνο $t_{ΣΑ} = \frac{8 - x}{4}$

ο συνολικός χρόνος $t(x)$ θα είναι

$$t(x) = t_{ΒΣ} + t_{ΣΑ} \Rightarrow t(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 36}}{3} + \frac{8 - x}{4}, \quad x \in [0, 8]$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό ελάχιστο η $t(x)$

Η t είναι παραγωγίσιμη ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων στο $[0, 8]$ με

$$t'(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 36}}{3} + \frac{8 - x}{4} = \frac{\cancel{2}x}{3 \cdot \cancel{2}\sqrt{x^2 + 36}} - \frac{1}{4} = \frac{4x - 3\sqrt{x^2 + 36}}{12\sqrt{x^2 + 36}}$$

Θα βρούμε που μηδενίζεται η $t'(x)$

$$t'(x) = 0 \Rightarrow \frac{4x - 3\sqrt{x^2 + 36}}{12\sqrt{x^2 + 36}} = 0 \Rightarrow 4x - 3\sqrt{x^2 + 36} = 0 \Rightarrow 4x = 3\sqrt{x^2 + 36} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (4x)^2 = (3\sqrt{x^2 + 36})^2 \Rightarrow 16x^2 = 9(x^2 + 36) \Rightarrow 16x^2 = 9x^2 + 324 \Rightarrow 7x^2 = 324 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{324}{7} \stackrel{x \geq 0}{\Rightarrow} x = \frac{18}{\sqrt{7}} \Rightarrow x = \frac{18\sqrt{7}}{7}$$

Τα πρόσημα της t' , η μονοτονία και τα ακρότατα της t φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	0	$\frac{18\sqrt{7}}{7}$	8	$+\infty$
$t'(x)$		−	0	+	
$t(x)$			↘ □ ↗		

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η t παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο

$$x_o = \frac{18\sqrt{7}}{7} \text{ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)}$$

Επομένως για να κάνει τον ελάχιστο δυνατό χρόνο για να φτάσει στον προορισμό του

ο κωπηλάτης πρέπει να αποβιβαστεί σε σημείο Σ που να είναι $\boxed{\Gamma\Sigma = \frac{18\sqrt{7}}{7}}$