

Ταξιδεύοντας με ταχύτητα x χιλιομέτρων ανά ώρα η μηχανή θα κάνει το ταξίδι σε $\frac{500}{x}$ ώρες

Τα έξοδα βενζίνης της μηχανής θα είναι $\frac{\frac{900}{x} + x}{300} \cdot 500 \cdot 0,4 \text{ €}$

Τα έξοδα κίνησης της μηχανής θα είναι $\frac{500}{x} \cdot 1,5 \text{ €}$

Οπότε τα συνολικά έξοδα του ταξιδιού θα είναι

$$E(x) = \frac{\frac{900}{x} + x}{300} \cdot 500 \cdot 0,4 + \frac{500}{x} \cdot 1,5 \Rightarrow E(x) = \frac{\frac{900}{x} + x}{300} \cdot 500 \cdot 0,4 + \frac{750}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E(x) = \frac{900 + x^2}{3} \cdot 2 + \frac{750}{x} \Rightarrow E(x) = \frac{1800 + 2x^2}{3x} + \frac{750}{x} \Rightarrow E(x) = \frac{1800 + 2x^2 + 2250}{3x}$$

$$\Rightarrow E(x) = \frac{2x^2 + 4050}{3x}, x > 0$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό ελάχιστο η $E(x)$

Η E είναι παραγωγίσιμη ως πράξεις παραγωγίσιμων στο $(0, +\infty)$ με

$$E'(x) = \frac{4x \cdot 3x - 3(2x^2 + 4050)}{(3x)^2} = \frac{3[4x^2 - (2x^2 + 4050)]}{3x^2} = \frac{4x^2 - 2x^2 - 4050}{3x^2} =$$

$$= \frac{2x^2 - 4050}{3x^2} = \frac{2(x^2 - 2025)}{3x^2} = \frac{2(x - 45)(x + 45)}{3x^2}$$

Επειδή $x > 0$ η E' μηδενίζεται στο $x_0 = 45$

Τα πρόσημα της E' , η μονοτονία και τα ακρότατα της E φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	0	45	$+\infty$
$E'(x)$			$-$	$+$
$E(x)$				

ολικό
ελάχιστο

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η E παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 = 45$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

Επομένως η σταθερή ταχύτητα κίνησης της μηχανής η οποία ελαχιστοποιεί τα έξοδα ενός ταξιδιού 500 χιλιομέτρων είναι 45 χιλιόμετρα την ώρα