

Έστω $\Gamma(x, y)$, $x \in \mathbb{R}$, σημείο της ευθείας $x - y - 2 = 0$. Επειδή το Γ είναι σημείο της ευθείας $x - y - 2 = 0 \Rightarrow y = x - 2$, θα είναι $\Gamma(x, x - 2)$. Τότε το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων του $\Gamma(x, x - 2)$ από τα σημεία $A(3, 5)$ και $B(7, -3)$ είναι

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{(x-3)^2 + (x-2-5)^2} + \sqrt{(x-7)^2 + (x-2+3)^2} = \\ &= (x-3)^2 + (x-7)^2 + (x-7)^2 + (x+1)^2 = \\ &= (x-3)^2 + (x-7)^2 + (x-7)^2 + (x+1)^2 = \\ &= x^2 - 6x + 9 + x^2 - 14x + 49 + x^2 - 14x + 49 + x^2 + 2x + 1 = \\ &= 4x^2 - 32x + 108, \quad x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό ελάχιστο η f

Η f ως πολυωνυμική είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = 8x - 32 = 8(x - 4)$, $x \in \mathbb{R}$

Έτσι η f' μηδενίζεται στο $x_0 = 4$

Τα πρόσημα της f' , η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\emptyset$	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\square$	$\searrow$	
			ολικό ελάχιστο		

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 = 4$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

Επομένως το της ευθείας $x - y - 2 = 0$ του οποίου το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων από τα σημεία A και B είναι ελάχιστο είναι το

$$\Gamma(4, 4-2) = \boxed{\Gamma(4, 2)}$$