

Έστω $A(x, x^2)$, $x \in \mathbb{R}$, σημείο της συνάρτησης f . Τότε η απόσταση του σημείου A από την ευθεία $y = 2x - 4 \Leftrightarrow 2x - y - 4 = 0$ είναι

$$g(x) = \frac{|2x - x^2 - 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} \stackrel{\substack{-x^2 + 2x - 4 < 0 \\ \text{διότι } \Delta < 0}}{=} \frac{x^2 - 2x + 4}{\sqrt{5}}, \quad x \in \mathbb{R}$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό ελάχιστο η g

Η g είναι παραγωγίσιμη ως πράξεις παραγωγισίμων στο $\mathbb{R}$ με

$$g'(x) = \frac{2x - 2}{\sqrt{5}}, \quad x \in \mathbb{R}$$

Έτσι η g' μηδενίζεται στο $x = 1$

Τα πρόσημα της g' , η μονοτονία και τα ακρότατα της g φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\emptyset$	$+$	
$f(x)$					

ολικό
ελάχιστο

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η g παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 = 1$

Επομένως το σημείο της συνάρτησης f με $f(x) = x^2$ που απέχει την ελάχιστη

απόσταση από την ευθεία $y = 2x - 4$ είναι το $(1, f(1)) = \boxed{(1, 1)}$