

25.33

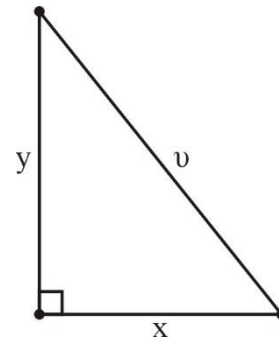
Έστω x και y η βάση και το ύψος του τριγώνου αντίστοιχα, $x, y > 0$

Επειδή το τρίγωνο έχει εμβαδό $E = 25$ θα είναι

$$E = 25 \Rightarrow \frac{x \cdot y}{2} = 25 \Rightarrow x \cdot y = 50 \Rightarrow y = \frac{50}{x}$$

Οπότε η υποτείνουσα του τριγώνου θα είναι

$$v = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow v(x) = \sqrt{x^2 + \frac{50^2}{x^2}}, \quad x > 0$$



Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό ελάχιστο η $v(x)$

Η v είναι παραγωγίσιμη ως πράξεις παραγωγίσιμων στο $(0, +\infty)$ με

$$\begin{aligned} v'(x) &= \frac{2x - \frac{50^2 \cdot (2x)}{x^4}}{2\sqrt{x^2 + \frac{50^2}{x^2}}} = \frac{2x \left(1 - \frac{50^2}{x^4}\right)}{2\sqrt{x^2 + \frac{50^2}{x^2}}} = \frac{\cancel{2} \cancel{x} \frac{x^4 - 50^2}{x^{\cancel{4}3}}}{\cancel{2} \sqrt{x^2 + \frac{50^2}{x^2}}} = \frac{x^4 - 50^2}{x^3 \sqrt{x^2 + \frac{50^2}{x^2}}} \\ &= \frac{(x^2 - 50)(x^2 + 50)}{x^3 \sqrt{x^2 + \frac{50^2}{x^2}}} = \frac{(x - \sqrt{50})(x + \sqrt{50})(x^2 + 50)}{x^3 \sqrt{x^2 + \frac{50^2}{x^2}}} = \frac{(x - 5\sqrt{2})(x + 5\sqrt{2})(x^2 + 50)}{x^3 \sqrt{x^2 + \frac{50^2}{x^2}}} \end{aligned}$$

Επειδή $x > 0$ η v' μηδενίζεται στο $x_0 = 5\sqrt{2}$

Τα πρόσημα της v' , η μονοτονία και τα ακρότατα της v φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	0	$5\sqrt{2}$	$+\infty$
$v'(x)$	-		$\emptyset$	+
$v(x)$	↘		ολικό ελάχιστο	↗

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η v παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 = 5\sqrt{2}$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

Επομένως την ελάχιστη υποτείνουσα την έχει το τρίγωνο με διαστάσεις $x = 5\sqrt{2}$

και $y = \frac{50}{5\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{y = 5\sqrt{2}}$ (ισοσκελές)