

25.32

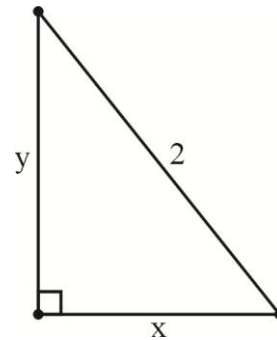
Έστω x και y η βάση και το ύψος του τριγώνου αντίστοιχα, $x, y > 0$

Επειδή το τρίγωνο έχει εμβαδό υποτείνουσα 2 θα είναι

$$x^2 + y^2 = 2^2 \Rightarrow y^2 = 4 - x^2 \xRightarrow{y>0} y = \sqrt{4 - x^2}$$

Οπότε το εμβαδό του τριγώνου θα είναι

$$E = x \cdot y \Rightarrow E(x) = x \cdot \sqrt{4 - x^2}, \quad x > 0$$



Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό ελάχιστο η $E(x)$

Η E είναι παραγωγίσιμη ως πράξεις παραγωγίσιμων στο $(0, +\infty)$ με

$$E'(x) = \sqrt{4 - x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{4 - x^2}} \Rightarrow E'(x) = \frac{4 - x^2 - x^2}{\sqrt{4 - x^2}} \Rightarrow E'(x) = \frac{2(2 - x^2)}{\sqrt{4 - x^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E'(x) = \frac{2(\sqrt{2} - x)(\sqrt{2} + x)}{\sqrt{4 - x^2}}, \quad x > 0$$

Επειδή $x > 0$ η E' μηδενίζεται στο $x_0 = \sqrt{2}$

Τα πρόσημα της E' , η μονοτονία και τα ακρότατα της E φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$E'(x)$			$-$	$+$
$E(x)$				

ολικό
ελάχιστο

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η E παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 = \sqrt{2}$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

Επομένως το μέγιστο εμβαδό το έχει το τρίγωνο με διαστάσεις $x = \sqrt{2}$ και

$$y = \sqrt{4 - \sqrt{2}^2} \Rightarrow y = \sqrt{2} \quad (\text{ισοσκελές})$$