

Έστω x και y τα δύο θετικά μέρη. Τότε $x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - x$

Οπότε το γινόμενο του τετραγώνου του πρώτου με τον κύβο του δεύτερου θα είναι

$$f(x) = x^2 \cdot y^3 \stackrel{y=15-x}{\Rightarrow} f(x) = x^2 \cdot (15-x)^3, \quad x \in [0, 15]$$

Μένει τώρα να βρούμε που παρουσιάζει μέγιστο η f

Η f ως πολυωνυμική είναι παραγωγίσιμη στο $[0, 15]$ με

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x(15-x)^3 - 3x^2(15-x)^2 = x(15-x)^2 [2(15-x) - 3x] = \\ &= x(15-x)^2 (30-5x) = 5x(15-x)^2 (6-x), \quad \text{για κάθε } x \in [0, 15] \end{aligned}$$

Έτσι η f' μηδενίζεται στο $x_1 = 0$ στο $x_1 = 6$ και στο $x_1 = 15$

Τα πρόσημα της f' , η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	0	6	$+\infty$
$f'(x)$			$+$	$-$
$f(x)$				
			ολικό μέγιστο	

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 = 6$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

Επομένως το γινόμενο του τετραγώνου του πρώτου με τον κύβο του δεύτερου να είναι το μέγιστο δυνατό όταν $\boxed{x=6}$ και $y = 15 - 6 \Rightarrow \boxed{y=9}$