

25.3 1)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολωνυμική, με $f'(x) = e^x(x^2 + 3x + 3) + e^x(2x + 3) = e^x(x^2 + 5x + 6)$

Είναι $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -3$ ή $x = -2$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Άρα η f έχει

τοπικό μέγιστο στο $x_1 = -3$ ίσο με $f(-3) = 3e^{-3}$

τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = -2$ ίσο με $f(-2) = e^{-2}$

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$		$3e^{-3}$ τμ	e^{-2} τε	

25.3 2)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως γινόμενο παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$f'(x) = 2xe^x + x^2e^x = xe^x(2+x)$$

Είναι $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2$ ή $x = 0$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	0	+
$f(x)$		$\frac{4}{e^2}$	0	

Άρα η f έχει

τοπικό μέγιστο στο $x_1 = -2$ ίσο με $f(-2) = \frac{4}{e^2}$

τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 0$ ίσο με 0

25.3 3)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως γινόμενο παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$f'(x) = 3x^2e^{1-x} - x^3e^{1-x} = x^2e^{1-x}(3-x)$$

Είναι $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ ή $x = 3$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	0	-
$f(x)$			$\frac{27}{e^2}$	

Άρα η f έχει

τοπικό μέγιστο στο $x_1 = 3$ ίσο με $f(3) = \frac{27}{e^2}$

Η f έχει πεδίο ορισμού το $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$. Είναι παραγωγίσιμη στο $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$f'(x) = e^{\frac{1}{x}} + \cancel{x} e^{\frac{1}{x}} \left(-\frac{1}{x^2} \right) = e^{\frac{1}{x}} \left(1 - \frac{1}{x} \right) = e^{\frac{1}{x}} \frac{x-1}{x}$$

$$\text{Είναι } f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$$

Τα πρόσημα της f' η μονοτονία και τα ακρότατα της φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	+
$f(x)$				

Άρα η f έχει

τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = 1$ ίσο με $f(1) = e$

Η f έχει πεδίο ορισμού το $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$. Είναι παραγωγίσιμη στο $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$f'(x) = \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x^2}} \cancel{\frac{1}{x^2}} \cancel{x} = \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^3}$$

Είναι $f'(x) \neq 0$ για κάθε $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ και αφού δεν υπάρχουν ούτε άκρα κλειστού διαστήματος του πεδίου ορισμού η f δεν έχει ακρότατα