

Έστω x ο ένας αριθμός και y ο άλλος. Τότε $x + y = 12 \Rightarrow y = 12 - x$

Οπότε το γινόμενο του ενός με τον κύβο του άλλου θα είναι

$$f(x) = (12 - x) \cdot x^3 \Rightarrow f(x) = -x^4 + 12x^3, x > 0$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό μέγιστο η f

Η f ως πολυωνυμική είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = -4x^3 + 36x^2 = -4x^2(x - 9)$
 $x > 0$

Έτσι η f' μηδενίζεται στο $x_0 = 9$

Τα πρόσημα της f' , η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	0	9	$+\infty$	
$f'(x)$			+	0	-
$f(x)$			↘ ↗ ολικό μέγιστο		

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 = 9$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

Επομένως το γινόμενο του ενός με τον κύβο του άλλου γίνεται μέγιστο όταν $\boxed{x = 9}$
 και $\boxed{y} = 12 - 9 = \boxed{3}$