

Η εφαπτόμενη της f στο σημείο της $A(x, f(x))$ έχει συντελεστή διεύθυνσης

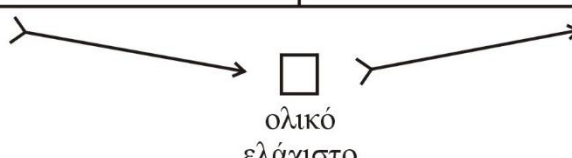
$$\lambda(x) = f'(x) = 3x^2 + 6x + 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό ελάχιστο η $\lambda(x)$

Η $\lambda(x)$ ως πολυωνυμική είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $\lambda'(x) = 6x + 6 = 6(x + 1), \quad x \in \mathbb{R}$

Έτσι η λ' μηδενίζεται στο $x = -1$

Τα πρόσημα της λ' , η μονοτονία και τα ακρότατα της λ φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$\lambda'(x)$	$-$	0	$+$
$\lambda(x)$			
	ολικό ελάχιστο		

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η λ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 = -1$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

Επομένως το σημείο της καμπύλης της συνάρτησης $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 3$ στο οποίο η εφαπτόμενη της καμπύλης έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης είναι το

$$A(-1, f(-1)) = (-1, -2)$$