

25.26 1)

Έστω ότι στην κρουαζιέρα θα δηλώσουν συμμετοχή $100 + x$ άτομα, $x \geq 0$. Τότε η τιμή του εισιτηρίου θα είναι $100 - 0,5x$

έτσι τα έσοδα θα είναι

$$E(x) = (100 + x)(100 - 0,5x) \Rightarrow E(x) = 10000 - 50x + 100x - 0,5x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E(x) = -0,5x^2 + 50x + 10000$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό μέγιστο η $E(x)$

Η E είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική στο $[0, +\infty)$ με $E'(x) = -x + 50$

Οπότε η E' μηδενίζεται στο $x_0 = 50$

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η E παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 = 50$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

x	0	50	$+\infty$
$K'(x)$		+	-
$K(x)$		ολικό μέγιστο	

Επομένως για να έχουμε τα περισσότερα έσοδα πρέπει να δηλώσουν συμμετοχή $100 + 50 = 150$ άτομα

25.26 2)

Έστω ότι η τιμή του εισιτηρίου είναι $30 + 10x$ ευρώ, $x \geq 0$. Τότε θα έχει $5000 - 1000x$ πελάτες το χρόνο

έτσι τα έσοδα θα είναι

$$E(x) = (5000 - 1000x)(30 + 10x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E(x) = 150000 + 50000x - 30000x - 10000x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E(x) = -10000x^2 + 20000x - 150000$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό μέγιστο η $E(x)$

Η E είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική στο $[0, +\infty)$ με $E'(x) = -20000x + 20000$

Οπότε η E' μηδενίζεται στο $x_0 = 1$

Τα πρόσημα της E' , η μονοτονία και τα ακρότατα της E φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$E'(x)$		+	0	-
$E(x)$			ολικό μέγιστο	

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η E παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 = 1$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

Επομένως για να έχουμε τα περισσότερα έσοδα πρέπει η τιμή του εισιτηρίου είναι $30 + 10 \cdot 1 = \boxed{40}$ ευρώ

Έστω ότι ο βιβλιοπώλης πουλάει τα μολύβια προς $100 - x$ λεπτά το ένα

τότε θα πουλάει $500 + 20x$ μολύβια

ενώ από κάθε μολύβι θα κερδίζει $100 - x - 35 = 65 - x$ λεπτά

επομένως το κέρδος του θα είναι

$$K(x) = (500 + 20x)(65 - x) \Rightarrow K(x) = (500 + 20x)(65 - x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K(x) = 32500 - 500x + 1300x - 20x^2$$

$$\Rightarrow K(x) = -20x^2 + 800x + 32500, \quad x \geq 0$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό μέγιστο η $K(x)$

Η K είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική στο $[0, +\infty)$ με $K'(x) = -40x + 800$

Οπότε η K' μηδενίζεται στο $x_0 = 20$

Τα πρόσημα της K' , η μονοτονία και τα ακρότατα της K φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	0	20	$+\infty$
$K'(x)$			$\emptyset$	
$K(x)$			$\square$	

ολικό μέγιστο

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η K παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 = 20$ (δεν ενδιαφέρει ποιο είναι αυτό)

Επομένως για να έχει ο βιβλιοπώλης τα μέγιστα κέρδη πρέπει να πουλάει τα μολύβια προς $100 - 20 = \boxed{80}$ λεπτά το ένα