

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

25.17 1)

Έστω x ο ένας αριθμός και y ο άλλος ($x, y > 0$). Τότε $x + y = 12 \Rightarrow y = 12 - x$

Το γινόμενο των δύο αριθμών θα είναι $f(x) = x \cdot (12 - x) = -x^2 + 12x$, $x > 0$

Η f ως πολυωνυμική είναι παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ με $f'(x) = -2x + 12$

Η $f'(x)$ μηδενίζεται στο $x_0 = 6$ και $f(6) = 36$

Από τον διπλανό πίνακα προκύπτει ότι η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο ίσο με 36. Επομένως το μέγιστο γινόμενο των δύο αριθμών είναι 36

x	0	6	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 -
$f(x)$			36

ολικό μέγιστο

25.17 2)

Έστω x ο ένας αριθμός και y ο άλλος. Τότε $x + y = 20 \Rightarrow y = 20 - x$

Οπότε το γινόμενο των δύο αριθμών θα είναι

$$f(x) = x \cdot (20 - x) \Rightarrow f(x) = -x^2 + 20x, x \in \mathbb{R}$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό μέγιστο η f

Η f ως πολυωνυμική είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = -2x + 20$

Έτσι η f' μηδενίζεται στο $x_0 = 10$ με $f(10) = -10^2 + 20 \cdot 10 = 100$

Τα πρόσημα της f' , η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	10	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		100	

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 = 10$ ίσο με 100

Επομένως και το μέγιστο γινόμενο των δύο αριθμών είναι 100

25.17 3)

Έστω x ο ένας αριθμός και y ο άλλος. Τότε $x + y = 16 \Rightarrow y = 16 - x$

Οπότε το γινόμενο των δύο αριθμών θα είναι

$$f(x) = x \cdot (16 - x) \Rightarrow f(x) = -x^2 + 16x, x \in \mathbb{R}$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό μέγιστο η f

Η f ως πολυωνυμική είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = -2x + 16$

Έτσι η f' μηδενίζεται στο $x_0 = 8$ με $f(8) = -8^2 + 16 \cdot 8 = 64$

Τα πρόσημα της f' , η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	8	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		64	

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 = 8$ ίσο με 64

25.17 4)

Έστω x ο ένας αριθμός και y ο άλλος. Τότε $x + y = 2\kappa \Rightarrow y = 2\kappa - x$

Οπότε το γινόμενο των δύο αριθμών θα είναι

$$f(x) = x \cdot (2\kappa - x) \Rightarrow f(x) = -x^2 + 2\kappa x, \quad x \in \mathbb{R}$$

Μένει τώρα να δούμε που παρουσιάζει ολικό μέγιστο η f

Η f ως πολυωνυμική είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = -2x + 2\kappa$

Έτσι η f' μηδενίζεται στο $x_0 = \kappa$ με $f(\kappa) = -\kappa^2 + 2\kappa \cdot \kappa = \kappa^2$

Τα πρόσημα της f' , η μονοτονία και τα ακρότατα της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα μονοτονίας

x	$-\infty$	κ	$+\infty$
$f'(x)$		Φ	
$f(x)$		$\boxed{\kappa^2}$	

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 = \kappa$ ίσο με κ^2

Επομένως και το μέγιστο γινόμενο των δύο αριθμών είναι κ^2