

24.7 1)

- α) Παρατηρούμε ότι η f είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική στο $A = [-1, +\infty)$ με $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$. Η f' μηδενίζεται στα $x_1 = 0$ και $x_2 = 2$ που είναι και τα μοναδικά κρίσιμα σημεία, καθώς δεν υπάρχουν σημεία στα οποία η f δεν παραγωγίζεται
- β) Τα πιθανά ακρότατα της f είναι τα κρίσιμα σημεία $x_1 = 0$ και $x_2 = 2$ και επιπλέον το $x_3 = -1$ ως άκρο κλειστού διαστήματος του πεδίου ορισμού

24.7 2)

- α) Παρατηρούμε ότι η f είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική στο $A = [0, 8]$ με $f'(x) = 2x - 6 = 2(x - 3)$. Η f' μηδενίζεται στο $x_1 = 3$ που είναι και το μοναδικό κρίσιμο σημείο, καθώς δεν υπάρχουν σημεία στα οποία η f δεν παραγωγίζεται
- β) Τα πιθανά ακρότατα της f είναι το κρίσιμο σημείο $x_1 = 3$ και επιπλέον τα $x_2 = 0$ και $x_3 = 8$ ως άκρα κλειστού διαστήματος του πεδίου ορισμού

24.7 3)

- α) Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Γνωρίζουμε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ με
- $$f'(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$
- ενώ δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$ που είναι και τα μοναδικό κρίσιμο σημείο, καθώς δεν υπάρχουν σημεία στα οποία η f' μηδενίζεται
- β) Τα πιθανά ακρότατα της f είναι μόνο το κρίσιμο σημείο $x_0 = 0$ καθώς έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ και άρα δεν υπάρχουν άκρα κλειστού διαστήματος του πεδίου ορισμού

24.7 4)

- α) Η f έχει πεδίο ορισμού το $A = [0, +\infty)$. Γνωρίζουμε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ με $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) \neq 0$ ενώ δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$ που όμως δεν είναι κρίσιμο σημείο, καθώς δεν είναι εσωτερικό. Άρα η f δεν έχει κανένα κρίσιμο σημείο
- β) Τα πιθανά ακρότατα της f είναι μόνο το κρίσιμο σημείο $x_0 = 0$ το οποίο είναι ταυτόχρονα και άκρο κλειστού διαστήματος του πεδίου ορισμού $A = [0, +\infty)$

24.7 5)

- α) Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $(-\infty, 0)$ και στο $(0, +\infty)$ με $f'(x) = \begin{cases} 2x + 4, & x < 0 \\ 2x - 2, & x > 0 \end{cases}$
- Παρατηρούμε ότι η f' μηδενίζεται στο $x_1 = -2$ και στο $x_2 = 1$ τα οποία είναι κρίσιμα σημεία
- Ακόμη στο $x_0 = 0$ η f δεν είναι συνεχής διότι
- $$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2 + 4x - 3) = -3 \text{ και } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 - 2x + 1) = 1. \text{ Άρα}$$
- η f δεν παραγωγίζεται στο $x_0 = 0$ το οποίο είναι επίσης κρίσιμο σημείο

- β)** Επειδή το πεδίο ορισμού της f είναι το $\mathbb{R}$ δεν υπάρχουν άκρα κλειστού διαστήματος του πεδίου ορισμού άρα τα πιθανά ακρότατα ταυτίζονται με τα κρίσιμα σημεία $x_0 = 0$, $x_1 = -2$ και $x_2 = 1$