

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

24.2 1)

α) $h(x) = f(x) - x^2 \Rightarrow h(3) = f(3) - 3^2 \Rightarrow h(3) = 1 - 9 \Rightarrow \boxed{h(3) = -8}$

β) Παρατηρούμε ότι $h(x) \geq -8 \xRightarrow{\alpha) \text{ ερώτημα}} h(x) \geq h(3)$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, άρα η h παρουσιάζει ολικό ακρότατο στο $x_0 = 3$, επομένως σύμφωνα με το θεώρημα Fermat θα ισχύει $h'(3) = 0$

γ) Καταρχήν είναι $h(x) = f(x) - x^2 \Rightarrow h'(x) = f'(x) - 2x$

Οπότε $h'(3) = 0 \Rightarrow f'(3) - 6 = 0 \Rightarrow \boxed{f'(3) = 6}$

24.2 2)

α) $h(x) = f(x) - 2\sin x + x - 1 \Rightarrow h(0) = f(0) - 2\sin 0 + 0 - 1 \Rightarrow \boxed{h(0) = 4}$

β) Παρατηρούμε ότι $h(x) \leq 4 \xRightarrow{\alpha) \text{ ερώτημα}} h(x) \leq h(0)$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, άρα η h παρουσιάζει ολικό ακρότατο στο $x_0 = 0$, επομένως σύμφωνα με το θεώρημα Fermat θα ισχύει $h'(0) = 0$

γ) Καταρχήν είναι $h(x) = f(x) - 2\sin x + x - 1 \Rightarrow h'(x) = f'(x) + 2\eta\mu x + 1$

Οπότε $h'(0) = 0 \Rightarrow f'(0) + 2\eta\mu 0 + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{f'(0) = -1}$

24.2 3)

α) $h(x) = 2f(x) + x \ln(x+3) - 5x^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow h(-2) = 2f(-2) - 2\ln(-2+3) - 5(-2)^2 \Rightarrow \boxed{h(-2) = -12}$

β) Παρατηρούμε ότι $h(x) \geq -12 \xRightarrow{\alpha) \text{ ερώτημα}} h(x) \geq h(-2)$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, άρα η h παρουσιάζει ολικό ακρότατο στο $x_0 = -2$, επομένως σύμφωνα με το θεώρημα Fermat θα ισχύει $h'(-2) = 0$

γ) Καταρχήν είναι

$h(x) = 2f(x) + x \ln(x+3) - 5x^2 \Rightarrow h'(x) = 2f'(x) + \ln(x+3) + \frac{x}{x+3} - 10x$

Οπότε $h'(-2) = 0 \Rightarrow 2f'(-2) + \ln(-2+3) + \frac{-2}{-2+3} - 10(-2) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2f'(-2) - 2 + 20 \Rightarrow \boxed{f'(-2) = -9}$

24.2 4)

α) $h(x) = x^2 f(x) - 2x + 1 \Rightarrow h(1) = 1^2 f(1) - 2 \cdot 1 + 1 \Rightarrow h(1) = 2$

β) Παρατηρούμε ότι $h(x) \leq 2 \xRightarrow{\alpha) \text{ ερώτημα}} h(x) \leq h(1)$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, άρα η h παρουσιάζει ολικό ακρότατο στο $x_0 = 1$, επομένως σύμφωνα με το θεώρημα Fermat θα ισχύει $h'(1) = 0$

γ) Καταρχήν είναι $h(x) = x^2 f(x) - 2x + 1 \Rightarrow h'(x) = 2xf'(x) + x^2 f'(x) - 2$

$$\text{Οπότε } h'(1) = 0 \Rightarrow 2 \cdot 1 \cdot f(1) + 1^2 f'(1) - 2 = 0 \Rightarrow 6 + f'(1) - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{f'(1) = -4}$$

24.2 5)

α) $h(x) = \eta \mu f(x) + 4x - 3 \Rightarrow h(2) = \eta \mu f(2) + 4 \cdot 2 - 3 \stackrel{f(2)=0}{\Rightarrow} h(2) = 5$

β) Παρατηρούμε ότι $h(x) \leq 5 \stackrel{\alpha) \text{ ερώτημα}}{\Rightarrow} h(x) \leq h(2)$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, άρα η h παρουσιάζει ολικό ακρότατο στο $x_0 = 2$, επομένως σύμφωνα με το θεώρημα Fermat θα ισχύει $h'(2) = 0$

γ) Καταρχήν είναι $h(x) = \eta \mu f(x) + 4x - 3 \Rightarrow h'(x) = f'(x) \sigma \nu f(x) + 4$

$$\text{Οπότε } h'(2) = 0 \Rightarrow f'(2) \sigma \nu f(2) + 4 = 0 \stackrel{f(2)=0}{\Rightarrow} f'(2) + 4 = 0 \Rightarrow \boxed{f'(2) = -4}$$

24.2 6)

α) $h(x) = \ln[f^2(x) + x - 6] + x^2 + x + 4 \Rightarrow h(3) = \ln[f^2(3) + 3 - 6] + 3^2 + 3 + 4 \stackrel{f(3)=2}{\Rightarrow} \\ \Rightarrow h(3) = \ln 1 + 16 \Rightarrow h(3) = 16$

β) Παρατηρούμε ότι $h(x) \leq 16 \stackrel{\alpha) \text{ ερώτημα}}{\Rightarrow} h(x) \leq h(3)$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, άρα η h παρουσιάζει ολικό ακρότατο στο $x_0 = 3$, επομένως σύμφωνα με το θεώρημα Fermat θα ισχύει $h'(3) = 0$

γ) Καταρχήν είναι $h(x) = \ln[f^2(x) + x - 6] + x^2 + x + 4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow h'(x) = \frac{2f(x)f'(x) + 1}{f^2(x) + x - 6} + 2x + 1$$

$$\text{Οπότε } h'(3) = 0 \Rightarrow \frac{2f(3)f'(3) + 1}{f^2(3) + 3 - 6} + 2 \cdot 3 + 1 = 0 \stackrel{f(3)=2}{\Rightarrow} \frac{2 \cdot 2 \cdot f'(3) + 1}{2^2 + 3 - 6} + 6 + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot f'(3) + 1 + 7 = 0 \Rightarrow 4 \cdot f'(3) = -8 \Rightarrow f'(3) = -2$$