

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

24.11 1)

Καταρχήν είναι $f'(x) = \frac{\alpha}{x} + 2\beta x - 6$ (1)

Επειδή η f παρουσιάζει στο $x_0 = 1$ ακρότατο ίσο με 5, σύμφωνα με το θεώρημα Fermat έχουμε

$$\begin{cases} f(1) = 5 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \begin{cases} \alpha \ln 1 + \beta \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 = 5 \\ \frac{\alpha}{1} + 2\beta \cdot 1 - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta - 6 = 5 \\ \alpha + 2\beta = 6 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} \alpha = -16 \\ \beta = 11 \end{cases}}$$

24.11 2)

Καταρχήν είναι $f'(x) = 3x^2 + 2\alpha x + \beta$ (1)

Επειδή η f παρουσιάζει στο $x_0 = -1$ ακρότατο ίσο με 2, σύμφωνα με το θεώρημα Fermat έχουμε

$$\begin{cases} f(-1) = 2 \\ f'(-1) = 0 \end{cases} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \begin{cases} (-1)^3 + \alpha(-1)^2 + \beta(-1) - 3 = 2 \\ 3(-1)^2 + 2\alpha(-1) + \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 + \alpha - \beta - 3 = 2 \\ 3 - 2\alpha + \beta = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha - \beta = 6 \\ -2\alpha + \beta = -3 \end{cases} \stackrel{\text{λύνουμε το σύστημα}}{\Rightarrow} \begin{cases} \alpha = -3 \\ \beta = -9 \end{cases}$$

24.11 3)

Καταρχήν είναι $f'(x) = 2\alpha x + \beta + \frac{4}{x}$ (1)

Επειδή η f παρουσιάζει στο $x_0 = 1$ ακρότατο ίσο με 5, σύμφωνα με το θεώρημα Fermat έχουμε

$$\begin{cases} f(1) = -5 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \begin{cases} \alpha \cdot 1^2 + \beta \cdot 1 + 4 \ln 1 = -5 \\ 2\alpha \cdot 1 + \beta + \frac{4}{1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -5 \\ 2\alpha + \beta = -4 \end{cases} \stackrel{\text{λύνουμε το σύστημα}}{\Rightarrow} \boxed{\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -6 \end{cases}}$$

24.11 4)

Καταρχήν είναι

$$\begin{aligned} f'(x) &= e^x (\alpha x^2 + \beta x + 1) + e^x (2\alpha x + \beta) \Rightarrow f'(x) = e^x (\alpha x^2 + \beta x + 1 + 2\alpha x + \beta) \Rightarrow \\ &\Rightarrow f'(x) = e^x [\alpha x^2 + (2\alpha + \beta)x + \beta + 1] \end{aligned} \quad (1)$$

Επειδή η f παρουσιάζει στο $x_0 = 2$ ακρότατο ίσο με $-e^2$, σύμφωνα με το θεώρημα Fermat έχουμε

$$\begin{cases} f(2) = -e^2 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \begin{cases} e^2 (\alpha 2^2 + \beta \cdot 2 + 1) = -e^2 \\ e^2 [\alpha \cdot 2^2 + (2\alpha + \beta)2 + \beta + 1] = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha + 2\beta + 1 = -1 \\ 4\alpha + 4\alpha + 2\beta + \beta + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4\alpha + 2\beta = -2 \\ 8\alpha + 3\beta = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha + \beta = -1 \\ 8\alpha + 3\beta = -1 \end{cases} \stackrel{\text{λύνουμε το σύστημα}}{\Rightarrow} \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -3 \end{cases}$$