

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

24.10 1)

Καταρχήν είναι $f'(x) = 6x^2 - 2\alpha x + 2\beta$ (1)

Επειδή η f παρουσιάζει ακρότατο στο $x_0 = 1$ και στο $x_0 = -2$, σύμφωνα με το θεώρημα Fermat έχουμε

$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f'(-2) = 0 \end{cases} \xRightarrow{(1)} \begin{cases} 6 \cdot 1^2 - 2\alpha \cdot 1 + 2\beta = 0 \\ 6 \cdot (-2)^2 - 2\alpha \cdot (-2) + 2\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2\alpha + 2\beta = -6 \\ 24 + 4\alpha + 2\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} \alpha - \beta = 3 \\ 2\alpha + \beta = -12 \end{cases} \xRightarrow{\text{λύνουμε το σύστημα}} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -3 \\ \beta = -6 \end{cases}$$

24.10 2)

Καταρχήν είναι $f'(x) = 3x^2 + 2\alpha x + \beta$ (1)

Επειδή η f παρουσιάζει ακρότατο στο $x_1 = -1$ και στο $x_2 = 3$, σύμφωνα με το θεώρημα Fermat έχουμε

$$\begin{cases} f'(-1) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \xRightarrow{(1)} \begin{cases} 3 \cdot 1^2 + 2\alpha \cdot (-1) + \beta = 0 \\ 3 \cdot 3^2 + 2\alpha \cdot 3 + \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2\alpha + \beta = -3 \\ 6\alpha + \beta = -27 \end{cases} \xRightarrow{\text{λύνουμε το σύστημα}} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} \alpha = -3 \\ \beta = -9 \end{cases}}$$

24.10 3)

Καταρχήν είναι $f'(x) = 3\alpha x^2 + 2\beta x - 36$ (1)

Επειδή η f παρουσιάζει ακρότατο στο $x_1 = -2$ και στο $x_2 = 3$, σύμφωνα με το θεώρημα Fermat έχουμε

$$\begin{cases} f'(-2) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \xRightarrow{(1)} \begin{cases} 3\alpha(-2)^2 + 2\beta(-2) - 36 = 0 \\ 3\alpha \cdot 3^2 + 2\beta \cdot 3 - 36 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12\alpha - 4\beta = 36 \\ 27\alpha + 6\beta = 36 \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 3\alpha - \beta = 9 \\ 9\alpha + 2\beta = 12 \end{cases} \xRightarrow{\text{λύνουμε το σύστημα}} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = -3 \end{cases}}$$

24.10 4)

Καταρχήν είναι

$$f'(x) = e^x(x^2 + \alpha x + \beta) + e^x(2x + \alpha) \Rightarrow f'(x) = e^x(x^2 + \alpha x + \beta + 2x + \alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f'(x) = e^x[x^2 + (\alpha + 2)x + \alpha + \beta] \quad (1)$$

Επειδή η f παρουσιάζει ακρότατο στο $x_1 = -2$ και στο $x_2 = -3$, σύμφωνα με το θεώρημα Fermat έχουμε

$$\begin{cases} f'(-2) = 0 \\ f'(-3) = 0 \end{cases} \xRightarrow{(1)} \begin{cases} e^{-2}[(-2)^2 + (\alpha + 2)(-2) + \alpha + \beta] = 0 \\ e^{-3}[(-3)^2 + (\alpha + 2)(-3) + \alpha + \beta] = 0 \end{cases} \xRightarrow{e^x \neq 0} \begin{cases} 4 - 2\alpha - 4 + \alpha + \beta = 0 \\ 9 - 3\alpha - 6 + \alpha + \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} -\alpha + \beta = 0 \\ -2\alpha + \beta = -3 \end{cases} \xRightarrow{\text{λύνουμε το σύστημα}} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = 3 \end{cases}}$$