

23.9 1)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, ως άθροισμα παραγωγίσιμων συναρτήσεων με

$$f'(x) = \sin x - 1$$

Προφανώς είναι $f'(x) \leq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$

(ο μηδενισμός της παραγώγου συμβαίνει στα **μεμονωμένα** σημεία $0, 2\pi, 4\pi, \dots$ και άρα δεν επηρεάζει την μονοτονία της συνάρτησης)

23.9 2)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, ως άθροισμα παραγωγίσιμων συναρτήσεων με

$$f'(x) = \sin x - 1$$

Προφανώς είναι $f'(x) \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$

(ο μηδενισμός της παραγώγου συμβαίνει στα **μεμονωμένα** σημεία $0, 2\pi, 4\pi, \dots$ και άρα δεν επηρεάζει την μονοτονία της συνάρτησης)

23.9 3)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $[0, +\infty)$. Είναι παραγωγίσιμη στο $[0, +\infty)$, ως άθροισμα παραγωγίσιμων συναρτήσεων με

$$f'(x) = 2x - 2\eta\mu x = 2(x - \eta\mu x)$$

Γνωρίζουμε ότι $|\eta\mu x| \leq |x|$ με την ισότητα να ισχύει μόνο για $x = 0$.

Οπότε για κάθε $x > 0$ είναι $|\eta\mu x| \leq x \stackrel{\eta\mu x \leq |\eta\mu x|}{\Rightarrow} \eta\mu x \leq x$

Προφανώς είναι $f'(x) \geq 0$ για κάθε $x \in (0, +\infty)$ άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[0, +\infty)$