

Θεωρούμε την συνάρτηση $h: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, με $h(x) = \frac{f(x)}{e^x}$

Η h είναι παραγωγίσιμη στο $[0, +\infty)$ ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων με

$$h'(x) = \frac{f'(x)e^x - f(x)e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x[f'(x) - f(x)]}{(e^x)^2} = \frac{f'(x) - f(x)}{e^x} \stackrel{f'(x) > f(x)}{e^x > 0} \Rightarrow h'(x) > 0$$

Οπότε η h είναι γνησίως αύξουσα στο $[0, +\infty)$

$$\text{Επομένως για κάθε } x \geq 0 \stackrel{h \nearrow}{\Rightarrow} h(x) \geq h(0) \Rightarrow \frac{f(x)}{e^x} \geq \frac{f(0)}{e^0} \Rightarrow \frac{f(x)}{e^x} \geq 1 \Rightarrow \boxed{f(x) \geq e^x}$$