

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

23.17 1)

α) Είναι $f'(x) = 3x^2 > 0$, για κάθε $x \in [1, 2]$, άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο A , οπότε $f(A) = [f(1), f(2)] = [1^3, 2^3] = [1, 8]$

β) Είναι $f'(x) = e^x > 0$, για κάθε $x \in (-\infty, 1)$, άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο

$$A, \text{ οπότε } f(A) = \left(\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \right) = \left(\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x, \lim_{x \rightarrow 1^-} e^x \right) = \left(0, e \right)$$

γ) Είναι $f'(x) = -\eta\mu x - 2 \stackrel{-1 \leq \eta\mu x \leq 1}{\Rightarrow} f'(x) < 0$, για κάθε $x \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right)$, άρα η f είναι

$$\text{γνησίως φθίνουσα στο } A, \text{ οπότε } f(A) = \left[\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x), f(0) \right] = (-\pi, 1]$$

δ) Είναι $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x} \stackrel{x \in (0,1)}{\Rightarrow} f'(x) < 0$, για κάθε $x \in (0, 1)$, άρα η f είναι

$$\text{γνησίως φθίνουσα στο } (0, 1], \text{ οπότε } f(A) = \left[f(1), \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \right] = [1, +\infty)$$

23.17 2)

Είναι $f'(x) = 5x^4 \geq 0$, για κάθε $x \in [0, 2]$, (η ισότητα ισχύει μεμονωμένα μόνο για $x = 0$) άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο A , οπότε

$$f(A) = [f(0), f(2)] = [0^5, 2^5] = [0, 32]$$

23.17 3)

Είναι $f'(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$, για κάθε $x \in [1, 5]$, άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα στο A ,

$$\text{οπότε } f(A) = [f(5), f(1)] = \left[\frac{1}{5}, 1 \right]$$

23.17 4)

Είναι $f'(x) = 2x \stackrel{x \in [-5, -3]}{\Rightarrow} f'(x) < 0$, για κάθε $x \in [-5, -3]$, άρα η f είναι γνησίως

$$\text{φθίνουσα στο } A, \text{ οπότε } f(A) = \left(\lim_{x \rightarrow -3} f(x), f(-5) \right] = (-9, 25]$$

23.17 5)

Είναι $f'(x) = \frac{1}{x} > 0$, για κάθε $x \in (0, e]$, άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο A ,

$$\text{οπότε } f(A) = \left(\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), f(e) \right] = (-\infty, 1]$$

23.17 6)

Είναι $f'(x) = 4x^3 \stackrel{x \in (-\infty, -1)}{\Rightarrow} f'(x) < 0$, για κάθε $x \in (-\infty, -1)$, άρα η f είναι γνησίως

$$\text{φθίνουσα στο } A, \text{ οπότε } f(A) = \left(\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \right) = (1, +\infty)$$

23.17 7)

Είναι $f'(x) = 1 - \sin x \Rightarrow f'(x) \geq 0$, για κάθε $x \in (-\infty, -1)$, (η ισότητα ισχύει μεμονωμένα μόνο για $x = 0$) άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο A , οπότε

$$f(A) = \left(\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) \right) = (0, \pi)$$

23.17 8)

Είναι γνωστό η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$, οπότε

$$f(A) = \left(\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \right) = (0, +\infty)$$

23.17 9)

Είναι γνωστό η f είναι γνησίως φθίνουσα , οπότε $f(A) = \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), f(-2) \right] = (0, 4]$

23.17 10)

Είναι $f'(x) = -2e^{-2x+2} < 0$, για κάθε $x \in [0, 1]$, άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα στο A , οπότε $f(A) = [f(1), f(0)] = [e^0, e^2] = [1, e^2]$

23.17 11)

Είναι $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$, για κάθε $x \in [4, +\infty)$, άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο A , οπότε $f(A) = \left[f(4), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \right) = [4, +\infty)$