

23.11 1)

Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, ως πολυωνυμική, με $f'(x) = 5x^4 + 6x^2 + 1$

Προφανώς είναι $f'(x) > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ και άρα είναι 1 – 1 επομένως είναι αντιστρέψιμη

23.11 2)

Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, ως πολυωνυμική, με $f'(x) = 3x^3 - 4x + 5$

Επειδή $\Delta = 16 - 60 = -44 < 0$ θα είναι $f'(x) > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ και άρα είναι 1 – 1 επομένως είναι αντιστρέψιμη

23.11 3)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $(0, +\infty)$. Είναι παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$, ως άθροισμα παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με $f'(x) = \frac{1}{x} + 1$

Επειδή $x > 0$ θα είναι $f'(x) > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ και άρα είναι 1 – 1 επομένως είναι αντιστρέψιμη

23.11 4)

Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, ως διαφορά παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με $f'(x) = \sin x - 1$

Επειδή $\sin x \leq 1$ θα είναι $f'(x) \leq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, (με την ισότητα να ισχύει σε μεμονωμένα σημεία) οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ και άρα είναι 1 – 1 επομένως είναι αντιστρέψιμη

23.11 5)

Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, ως γινόμενο παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με $f'(x) = e^x (x^2 + x + 2) + e^x (2x + 1) = e^x (x^2 + x + 2 + 2x + 1) = e^x (x^2 + 3x + 3)$

Επειδή $e^x > 0$ $x^2 + 3x + 3 > 0$ (διότι $\Delta = 9 - 12 = -3 < 0$) θα είναι $f'(x) > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ και άρα είναι 1 – 1 επομένως είναι αντιστρέψιμη