

23.10 1)

α) Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $(-\infty, 1)$ και στο $(1, +\infty)$

$$\text{με } f'(x) = \begin{cases} -1 & , x < 1 \\ 3 & , x > 1 \end{cases} \quad (\text{στο } x_0 = 1 \text{ δεν είναι συνεχής διότι}$$

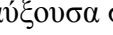
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x + 4) = 3 \text{ και } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3x - 1) = 2)$$

Τα πρόσημα της f' και η μονοτονία της f , φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

Οπότε η f είναι

γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 1]$

γνησίως αύξουσα στο $(1, +\infty)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$			

β) Είναι $f(x) = \begin{cases} -x & , x < 0 \\ x & , x \geq 0 \end{cases}$. Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη

στο $(-\infty, 0)$ και στο $(0, +\infty)$ (στο $x_0 = 0$ δεν είναι παραγωγίσιμη, αλλά είναι

$$\text{συνεχής με } f'(x) = \begin{cases} -1 & , x < 0 \\ 1 & , x > 0 \end{cases}$$

Τα πρόσημα της f' και η μονοτονία της f ,

φαίνονται στον διπλανό πίνακα

Οπότε η f είναι

γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 0]$

γνησίως αύξουσα στο $[0, +\infty)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$			

23.10 2)

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $(-\infty, 1)$ και στο $(1, +\infty)$ με

$$f'(x) = \begin{cases} 1 & , x < 3 \\ -1 & , x > 3 \end{cases} \quad (\text{στο } x_0 = 3 \text{ δεν είναι συνεχής διότι } \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (x - 1) = 2$$

$$\text{και } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (-x + 4) = 1)$$

Τα πρόσημα της f' και η μονοτονία της f , φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

Οπότε η f είναι

γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 3)$

γνησίως φθίνουσα στο $[3, +\infty)$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$			

23.10 3)

$$\text{Είναι } f(x) = \begin{cases} x - 2 & , x \geq 2 \\ -x + 2 & , x < 2 \end{cases}$$

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $(-\infty, 2)$ και στο $(2, +\infty)$ (στο $x_0 = 2$ δεν είναι παραγωγίσιμη, αλλά είναι συνεχής) με

$$f'(x) = \begin{cases} 1 & , x > 2 \\ -1 & , x < 2 \end{cases}$$

Τα πρόσημα της f' και η μονοτονία της f , φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$			

Οπότε η f είναι

γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 2]$

γνησίως αύξουσα στο $[2, +\infty)$

23.10 4)

$$\text{Είναι } f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \geq 0 \\ -x^2 & , x < 0 \end{cases}$$

Η f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Είναι παραγωγίσιμη στο $(-\infty, 0)$ και στο $(0, +\infty)$. Στο $x_0 = 2$ είναι συνεχής και δεν χρειάζεται να εξετάσουμε αν είναι παραγωγίσιμη (αποδεικνύεται με τον ορισμό ότι είναι και παραγωγίσιμη) με

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & , x > 0 \\ -2x & , x < 0 \end{cases}$$

Τα πρόσημα της f' και η μονοτονία της f , φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\emptyset$	$+$
$f(x)$			

Οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$