

22.21

Καταρχήν το θεώρημα της σταθερής συνάρτησης δεν μπορεί να εφαρμοστεί στο $\mathbb{R}^*$ διότι εφαρμόζεται μόνο σε διαστήματα και όχι σε ένωση διαστημάτων

Έτσι

για κάθε $x \in (-\infty, 0)$ έχουμε

$$f'(x) = 1 \Rightarrow f'(x) = (x)' \Rightarrow f(x) = x + c \quad (1)$$

Όμως

$$f(-1) = 0 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} -1 + c = 0 \Rightarrow c = 1 \quad (2)$$

Οπότε $(1), (2) \Rightarrow f(x) = x + 1$ για κάθε $x \in (-\infty, 0)$

Ακόμη

για κάθε $x \in (0, +\infty)$ έχουμε

$$f'(x) = 1 \Rightarrow f'(x) = (x)' \Rightarrow f(x) = x + c \quad (3)$$

Όμως

$$f(1) = 0 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} 1 + c = 0 \Rightarrow c = -1 \quad (4)$$

Οπότε $(3), (4) \Rightarrow f(x) = x - 1$ για κάθε $x \in (0, +\infty)$

Τελικά ο τύπος της συνάρτησης είναι $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x-1, & x > 0 \end{cases}$