

22.2 1)

Η συνάρτηση h είναι παραγωγίσιμη στο R , ως πηλίκο παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$h'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)} \xrightarrow{\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{g'(x)}{g(x)} \Rightarrow f'(x)g(x) = f(x)g'(x) \Rightarrow f'(x)g(x) - f(x)g'(x) = 0} \boxed{h'(x) = 0}$$

οπότε σύμφωνα με γνωστή πρόταση η συνάρτηση h είναι σταθερή

22.2 2)

Η συνάρτηση h είναι παραγωγίσιμη στο R , ως γινόμενο παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$h'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \xrightarrow{\frac{f'(x)}{f(x)} + \frac{g'(x)}{g(x)} = 0 \Rightarrow \frac{f'(x)g(x) + f(x)g'(x)}{f(x)g(x)} = 0 \Rightarrow f'(x)g(x) + f(x)g'(x) = 0} \boxed{h'(x) = 0}$$

οπότε σύμφωνα με γνωστή πρόταση η συνάρτηση h είναι σταθερή

22.2 3)

Η συνάρτηση h είναι παραγωγίσιμη στο R , ως πηλίκο παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$h'(x) = \frac{f'(x) \cdot x - f(x)}{x^2} \xrightarrow{xf'(x) = f(x) \Rightarrow xf'(x) - f(x) = 0} \boxed{h'(x) = 0}$$

οπότε σύμφωνα με γνωστή πρόταση η συνάρτηση h είναι σταθερή

22.2 4)

Η συνάρτηση h είναι παραγωγίσιμη στο R , ως γινόμενο παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$h'(x) = 2xf(x) + x^2f'(x) = x[2f(x) + xf'(x)] \xrightarrow{xf'(x) + 2f(x) = 0} \boxed{h'(x) = 0}$$

οπότε σύμφωνα με γνωστή πρόταση η συνάρτηση h είναι σταθερή

22.2 5)

Η συνάρτηση h είναι παραγωγίσιμη στο R , ως πηλίκο παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$h'(x) = \frac{f'(x) \cdot e^{2x} - f(x) \cdot 2e^{2x}}{(e^{2x})^2} = \frac{e^{2x}[f'(x) - 2f(x)]}{e^{4x}} \xrightarrow{f'(x) = 2f(x)} \boxed{h'(x) = 0}$$

οπότε σύμφωνα με γνωστή πρόταση η συνάρτηση h είναι σταθερή

22.2 6)

Η συνάρτηση h είναι παραγωγίσιμη στο R , ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$\begin{aligned} h'(x) &= f'(x)\sqrt{x^2+1} + f(x) \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{f'(x)\sqrt{x^2+1}^2 + xf(x)}{\sqrt{x^2+1}} = \\ &= \frac{f'(x)(x^2+1) + xf(x)}{\sqrt{x^2+1}} \xrightarrow{f'(x)(x^2+1) + xf(x) = 0} \boxed{h'(x) = 0} \end{aligned}$$

οπότε σύμφωνα με γνωστή πρόταση η συνάρτηση h είναι σταθερή

Η συνάρτηση h είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$\begin{aligned} h'(x) &= 3x^2 f(x) + x^3 f'(x) - 2x = x(3xf(x) + x^2 f'(x) - 2) \stackrel{3xf(x) + x^2 f'(x) = 2}{=} \\ &= x \cdot 0 \Rightarrow \boxed{h'(x) = 0} \end{aligned}$$

οπότε σύμφωνα με γνωστή πρόταση η συνάρτηση h είναι σταθερή

Η συνάρτηση h είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$\begin{aligned} h'(x) &= \frac{(2x+1)f'(x^2+x)e^x - f(x^2+x)e^x}{e^{2x}} = \frac{e^x[(2x+1)f'(x^2+x) - f(x^2+x)]}{e^{2x}} = \\ &\stackrel{(2x+1)f'(x^2+x) = f(x^2+x)}{\Rightarrow} \boxed{h'(x) = 0} \end{aligned}$$

οπότε σύμφωνα με γνωστή πρόταση η συνάρτηση h είναι σταθερή