Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Β

22.11 1)

Θέτουμε $g(x)=x\ln x-x+3$ και έχουμε

$$g'(x)=(x)'\ln x+x(\ln x)'-1\Leftrightarrow g'(x)=\ln x+x\frac{1}{x}-1\Leftrightarrow g'(x)=\ln x$$

Οπότε $f'(x)=g'(x)\Rightarrow f(x)=g(x)+c\Rightarrow f(x)=x\ln x-x+3+c\quad (1)$

Ακόμη $f(1)=2\overset{(1)}{\Rightarrow}1\ln 1-1+3+c=2\Rightarrow 2+c=2\Rightarrow c=0\ (2)$

Οπότε $(1),(2)\Rightarrow f(x)=x\ln x-x+3$, για κάθε $x>0$

22.11 2)

Θέτουμε $g(x)=\ln\frac{2x}{x+1}$ και έχουμε

$$g'(x)=\frac{1}{\frac{2x}{\cancel{x+1}}}\cdot\frac{2(x+1)-2x}{(x+1)^{\cancel{2}}}\Rightarrow g'(x)=\frac{1}{2x}\cdot\frac{\cancel{2x}+2-\cancel{2x}}{x+1}\Rightarrow g'(x)=\frac{1}{\cancel{2}x}\cdot\frac{\cancel{2}}{x+1}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow g'(x)=\frac{1}{x^2+x}$$

Οπότε $f'(x)=g'(x)\Rightarrow f(x)=g(x)+c\Rightarrow f(x)=\ln\frac{2x}{x+1}+c\quad (1)$

Ακόμη $f(1)=0\overset{(1)}{\Rightarrow}\ln\frac{2\cdot 1}{1+1}+c=0\Rightarrow c=0\ (2)$

Οπότε $(1),(2)\Rightarrow f(x)=\ln\frac{2x}{x+1}$, για κάθε $x>0$