

Παρατηρούμε ότι

$$f'(\xi)\eta\mu\xi + \frac{f(\xi)}{\sigma\upsilon\nu\xi} = 0 \Leftrightarrow \frac{f'(\xi)\eta\mu\xi}{\sigma\upsilon\nu\xi} + \frac{f(\xi)}{\sigma\upsilon\nu^2\xi} = 0 \Leftrightarrow f'(\xi)\epsilon\phi\xi + \frac{f(\xi)}{\sigma\upsilon\nu^2\xi} = 0$$

Έτσι

Θεωρούμε την συνάρτηση $h: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$, με $h(x) = f(x)\epsilon\phi x$

Η συνάρτηση h

είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, ως γινόμενο συνεχών συναρτήσεων

είναι παραγωγίσιμη στο (α, β) , ως γινόμενο παραγωγίσιμων συναρτήσεων με

$$h'(x) = f'(x)\epsilon\phi x + f(x)\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$$

και

$$\left. \begin{array}{l} h(\alpha) = f(\alpha)\epsilon\phi\alpha \stackrel{f(\alpha)=0}{=} 0 \\ h(\beta) = f(\beta)\epsilon\phi\beta \stackrel{f(\beta)=0}{=} 0 \end{array} \right\} \Rightarrow h(\alpha) = h(\beta)$$

Οπότε για τη συνάρτηση h ικανοποιούνται οι προϋποθέσεις του θεωρήματος Rolle στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και επομένως υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$, τέτοιο ώστε

$$h'(\xi) = 0 \Leftrightarrow f'(\xi)\epsilon\phi\xi + f(\xi)\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\xi} = 0 \Leftrightarrow f'(\xi)\frac{\eta\mu\xi}{\sigma\upsilon\nu\xi} + f(\xi)\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\xi} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{f'(\xi)\eta\mu\xi + f(\xi)\frac{1}{\sigma\upsilon\nu\xi} = 0}$$