

20.27

η συνάρτηση f

- είναι συνεχής στο διάστημα $[α,β]$
- είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $(α,β)$
- $f(α) = f(β) = 0$

Οπότε σύμφωνα με το θεώρημα Rolle υπάρχει $ξ_1 ∈ (α,β)$ τέτοιο ώστε $f'(ξ_1) = 0$

Τώρα

η συνάρτηση f' επειδή η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη

- είναι συνεχής στο διάστημα $[α,ξ_1]$
- είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $(α,ξ_1)$
- $f'(α) = f'(ξ_1) = 0$

Οπότε σύμφωνα με το θεώρημα Rolle υπάρχει $ξ_2 ∈ (α,ξ_1)$ τέτοιο ώστε $f''(ξ_2) = 0$

Τέλος

η συνάρτηση f'' επειδή η f είναι τρεις φορές παραγωγίσιμη

- είναι συνεχής στο διάστημα $[α,ξ_2]$
- είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $(α,ξ_2)$
- $f''(α) = f''(ξ_2) = 0$

Οπότε σύμφωνα με το θεώρημα Rolle υπάρχει $ξ ∈ (α,ξ_2)$ άρα $ξ ∈ (α,β)$ τέτοιο ώστε $f'''(ξ) = 0$