

20.2 1)

α) Η συνάρτηση f

- είναι συνεχής στο $[1, 2]$, ως πολυωνυμική
- είναι παραγωγίσιμη στο $(1, 2)$, ως πολυωνυμική με $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 - 1$
- $$\left. \begin{aligned} f(1) &= 1^4 - 2 \cdot 1^3 - 1 + 3 = 1 \\ f(2) &= 2^4 - 2 \cdot 2^3 - 2 + 3 = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(1) = f(2)$$

Άρα σύμφωνα με το θεώρημα Rolle υπάρχει $\xi \in (1, 2)$ τέτοιο ώστε $f'(\xi) = 0$

β) $f'(\xi) = 0 \quad \overset{f'(x)=4x^3-6x^2-1}{\Rightarrow} \quad 4\xi^3 - 6\xi^2 - 1 = 0$

20.2 2)

α) Η συνάρτηση f

- είναι συνεχής στο $[-1, 0]$, ως πολυωνυμική
- είναι παραγωγίσιμη στο $(-1, 0)$, ως πολυωνυμική με $f'(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$
- $$\left. \begin{aligned} f(-1) &= (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 - 1 + 2 = 1 - 1 + 1 - 1 + 2 = 2 \\ f(0) &= 0^4 + 0^3 + 0^2 + 0 + 2 = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(-1) = f(0)$$

Άρα σύμφωνα με το θεώρημα Rolle υπάρχει $\xi \in (-1, 0)$ τέτοιο ώστε $f'(\xi) = 0$

β) $f'(\xi) = 0 \quad \overset{f'(x)=4x^3+3x^2+2x+1}{\Rightarrow} \quad 4\xi^3 + 3\xi^2 + 2\xi + 1 = 0$