

2.11 1)

Επειδή η f είναι άρτια θα ισχύει $f(-x) = f(x)$ (1) , για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Οπότε για κάθε $x \in \mathbb{R}$ θα είναι

$$\boxed{(g \circ f)(-x)} = g(f(-x)) \stackrel{(1)}{=} g(f(x)) = \boxed{(g \circ f)(x)}$$

Άρα η $g \circ f$ είναι άρτια

2.11 2)

Επειδή η f είναι περιττή θα ισχύει $f(-x) = -f(x)$ (1) , για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Επειδή η g είναι άρτια θα ισχύει $g(-x) = g(x)$ (2) , για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Οπότε για κάθε $x \in \mathbb{R}$ θα είναι

$$\boxed{(g \circ f)(-x)} = g(f(-x)) \stackrel{(1)}{=} g(-f(x)) \stackrel{(2)}{=} g(f(x)) \boxed{(g \circ f)(x)}$$

Άρα η $g \circ f$ είναι άρτια

2.11 3)

Επειδή η f είναι περιττή θα ισχύει $f(-x) = -f(x)$ (1) , για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Επειδή η g είναι περιττή θα ισχύει $g(-x) = -g(x)$ (2) , για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Οπότε για κάθε $x \in \mathbb{R}$ θα είναι

$$\boxed{(g \circ f)(-x)} = g(f(-x)) \stackrel{(1)}{=} g(-f(x)) \stackrel{(2)}{=} -g(f(x)) \boxed{-(g \circ f)(x)}$$

Άρα η $g \circ f$ είναι περιττή