

Έστω $M(\alpha, f(\alpha))$ το σημείο επαφής

$$\text{Είναι } f(\alpha) = -\frac{1}{2}\alpha^3 \quad (1) \quad \text{και } f'(x) = -\frac{3}{2}x^2 \Rightarrow f'(\alpha) = -\frac{3}{2}\alpha^2 \quad (2)$$

Οπότε η εξίσωση της εφαπτομένης θα είναι

$$y - f(\alpha) = f'(\alpha)(x - \alpha) \stackrel{(1),(2)}{\Rightarrow} y + \frac{1}{2}\alpha^3 = -\frac{3}{2}\alpha^2 \cdot (x - \alpha)$$

Η παραπάνω ευθεία τέμνει τον άξονα $x'x$ όταν $y = 0$. Οπότε

$$0 + \frac{1}{2}\alpha^3 = -\frac{3}{2}\alpha^2 \cdot (x - \alpha) \Rightarrow \frac{\alpha^3}{\cancel{2}} = -\frac{3\alpha^2}{\cancel{2}}(x - x_0) \Rightarrow \alpha^3 = -3\alpha^2 x + 3\alpha^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\alpha^2 x = 2\alpha^3 \Rightarrow x = \frac{2\alpha^{\cancel{3}}}{3\alpha^{\cancel{2}}} \Rightarrow x = \frac{2\alpha}{3}$$

Άρα το σημείο P έχει συντεταγμένες $P\left(\frac{2\alpha(t)}{3}, 0\right)$ και προφανώς η ταχύτητα του

$$\text{θα είναι } v(t) = \frac{2\alpha'(t)}{3} \quad (3) \quad \text{Όμως}$$

Έχουμε ότι $\frac{dx}{dt} = -x$ δηλαδή $\alpha'(t) = -\alpha(t)$ και άρα την χρονική t_0 που είναι

$$\alpha(t_0) = -2 \quad \text{θα είναι } \alpha'(t_0) = -\alpha(t_0) \Rightarrow \alpha'(t_0) = 2 \quad (4)$$

$$\text{Επομένως } (3), (4) \Rightarrow v(t_0) = \frac{2\alpha'(t_0)}{3} \Rightarrow v(t_0) = \frac{2 \cdot 2}{3} \Rightarrow \boxed{v(t_0) = \frac{4}{3}}$$