

17.20 1)

Σύμφωνα με το διπλανό σχήμα έχουμε

ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ
$B\Gamma'(t) = 12$	$\Gamma E'(t) = ?$

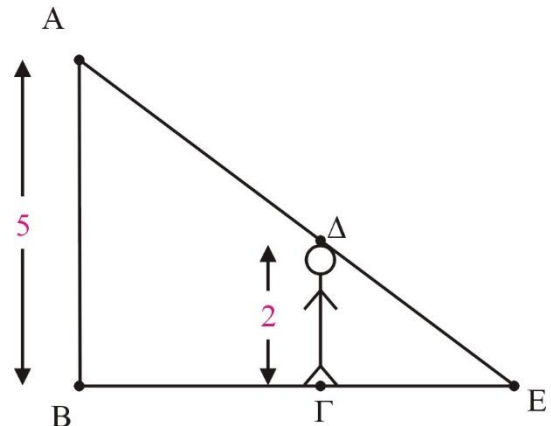
Στο διπλανό σχήμα, τα τρίγωνα ABE και ΓΔΕ είναι όμοια, οπότε

$$\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{BE}{\Gamma E} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{BE}{\Gamma E} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{B\Gamma + \Gamma E}{\Gamma E} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5\Gamma E = 2B\Gamma + 2\Gamma E \Rightarrow 3\Gamma E = 2B\Gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Gamma E(t) = \frac{2B\Gamma(t)}{3} \xrightarrow{\text{παραγωγίζουμε}} \Gamma E'(t) = \frac{2B\Gamma'(t)}{3} \Rightarrow \xrightarrow{B\Gamma'(t)=12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Gamma E'(t) = \frac{2 \cdot 12}{3} \Rightarrow \boxed{\Gamma E'(t) = 8}$$

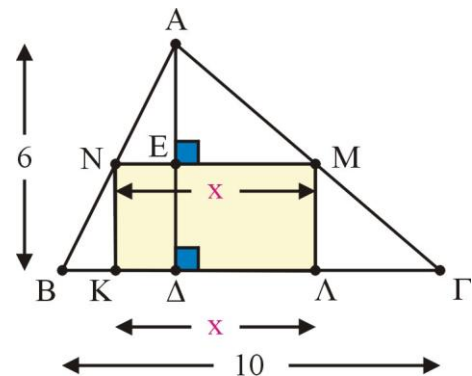


17.20 2)

Όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα ABΓ και ANM είναι όμοια. Ο λόγος ομοιότητας θα ισούται με τον λόγο των υψών τους. Οπότε

$$\frac{NM}{B\Gamma} = \frac{AE}{A\Delta} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{AE}{6} \Rightarrow 10AE = 6x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AE = \frac{3}{5}x \Rightarrow AE = \frac{3x}{5} \quad (1)$$



Οπότε το ύψος του παραλληλογράμμου KΛMN είναι $E\Delta = A\Delta - AE \stackrel{(1)}{=} 6 - \frac{3x}{5}$

και άρα το παραλληλόγραμμο έχει εμβαδό

$$E = (\text{Βάση}) \cdot (\text{ύψος}) \Rightarrow E = (K\Lambda) \cdot (E\Delta) \Rightarrow E(x) = x \cdot \left(6 - \frac{3x}{5}\right) \Rightarrow \boxed{E(x) = 6x - \frac{3x^2}{5}}$$

$$\xrightarrow{\text{παραγωγίζουμε}} \Rightarrow \boxed{E'(x) = 6 - \frac{6x}{5}}$$

Όταν το εμβαδόν έχει τιμή 14,4 έχουμε

$$14,4 = 6x - \frac{3x^2}{5} \Rightarrow 5 \cdot 14,4 = 5 \cdot 6x - \cancel{3} \cdot \frac{3x^2}{\cancel{3}} \Rightarrow 72 = 30x - 3x^2 \xrightarrow{\text{διαφορώμε με 3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24 = 10x - x^2 \Rightarrow x^2 - 10x + 24 = 0 \Rightarrow \Delta = 4, x_{1,2} = \frac{10 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

Για $x = 4$ έχουμε $E'(4) = 6 - \frac{6 \cdot 4}{5} \Rightarrow E'(-2) = \frac{6}{5}$ απορρίπτεται διότι το εμβαδόν τείνει να ελαττωθεί καθώς το x αυξάνει

Για $x = 6$ έχουμε $E'(6) = 6 - \frac{6 \cdot 6}{5} \Rightarrow E'(6) = -\frac{6}{5} < 0$ δεκτό διότι το εμβαδόν τείνει να ελαττωθεί καθώς το x αυξάνει

17.20 3)

Όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta E\Gamma$ είναι όμοια. Οπότε

$$\frac{x(t)}{x(t) + 60} = \frac{y(t)}{100} \quad y(t) = 100 - 20t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x(t)}{x(t) + 60} = \frac{100 - 20t^2}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100x(t) = (100 - 20t^2)(x(t) + 60) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{100x(t)} = \cancel{100x(t)} + 6000 - 20t^2x(t) - 1200t^2 \Rightarrow 20t^2x(t) = 6000 - 1200t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{300}{t^2} - 60 \Rightarrow x'(t) = -\frac{300}{t^4} 2t \Rightarrow x'(t) = -\frac{600}{t^3}$$

Οπότε η ταχύτητα με την οποία κινείται η σκιά της μπάλας στο έδαφος 2 δευτερόλεπτα μετά την πτώση είναι

$$x'(2) = -\frac{600}{2^3} = -75$$

