

17.10 1)

α) Όταν $x = 5 \xRightarrow{x(t)=2t-1} 2t-1=5 \Rightarrow 2t=6 \Rightarrow t=3$

Οπότε στην ουσία ζητείται το $y'(3)$

Έτσι

$$y = x^2 - x + 3 \Rightarrow y(t) = x^2(t) - x(t) + 3 \xRightarrow{x(t)=2t-1} \Rightarrow$$

$$y(t) = (2t-1)^2 - (2t-1) + 3 \Rightarrow y(t) = 4t^2 - 4t + 1 - 2t + 1 + 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y(t) = 4t^2 - 6t + 5 \Rightarrow y'(t) = 8t - 6 \Rightarrow y'(3) = 8 \cdot 3 - 6 \Rightarrow y'(3) = 18$$

- β) Έστω $x(t)$ η συνάρτηση το x ως προς τον χρόνο, και έστω t_0 η χρονική στιγμή κατά την οποία είναι $x = 5$. Τότε τα δεδομένα και τα ζητούμενα της άσκησης θα είναι

Δεδομένα	Ζητούμενα
$y(t) = x^2(t) - x(t) + 3$	$y'(t_0) = ;$
$x(t_0) = 5$	
$x'(t_0) = 2$	

Επομένως

$$y(t) = x^2(t) - x(t) + 3 \xRightarrow{\text{παραγωγίζουμε}} y'(t) = 2x(t)x'(t) - x'(t) \xRightarrow{\text{θέτουμε } t=t_0}$$

$$y'(t_0) = 2x(t_0)x'(t_0) - x'(t_0) \xRightarrow{\substack{x(t_0)=5 \\ x'(t_0)=2}} y'(t_0) = 2 \cdot 5 \cdot 2 - 2 \Rightarrow y'(t_0) = 18$$

17.10 2)

α) Όταν $x = 4 \xRightarrow{x(t)=3t-2} 3t-2=4 \Rightarrow 3t=6 \Rightarrow t=2$

Οπότε στην ουσία ζητείται το $y'(2)$

Έτσι

$$y = x^3 \Rightarrow y(t) = x^3(t) \xRightarrow{x(t)=3t-2} y(t) = (3t-2)^3$$

$$y(t) = 27t^3 - 54t^2 + 36t - 8 \Rightarrow y'(t) = 81t^2 - 108t + 36$$

$$\Rightarrow y'(2) = 324 - 216 + 36 \Rightarrow y'(2) = 144$$

- β) Έστω $x(t)$ η συνάρτηση το x ως προς τον χρόνο, και έστω t_0 η χρονική στιγμή κατά την οποία είναι $x = 4$. Τότε τα δεδομένα και τα ζητούμενα της άσκησης θα είναι

Δεδομένα	Ζητούμενα
$y(t) = x^3(t)$	$y'(t_0) = ;$
$x(t_0) = 4$	
$x'(t_0) = 3$	

Επομένως

$$y(t) = x^3(t) \xRightarrow{\text{παραγωγίζουμε}} y'(t) = 3x^2(t)x'(t) \xRightarrow{\text{θέτουμε } t=t_0}$$

$$y'(t_0) = 3x^2(t_0)x'(t_0) \xRightarrow{\substack{x(t_0)=4 \\ x'(t_0)=3}} y'(t_0) = 3 \cdot 4^2 \cdot 3 \Rightarrow y'(t_0) = 144$$

17.10 3)

α) Όταν $x = -9 \xRightarrow{x(t)=-2t-1} -2t-1=-9 \Rightarrow -2t=-8 \Rightarrow t=4$

Οπότε στην ουσία ζητείται το $y'(4)$

Έτσι

$$y = x^2 + 2x \Rightarrow y(t) = x^2(t) + 2x(t) \quad x(t) = -2t-1 \Rightarrow$$

$$y(t) = (-2t-1)^2 + 2(-2t-1) \Rightarrow y(t) = 4t^2 + 4t + 1 - 4t - 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y(t) = 4t^2 - 1 \Rightarrow y'(t) = 8t \Rightarrow y'(4) = 8 \cdot 4 \Rightarrow y'(4) = 32$$

- β) Έστω $x(t)$ η συνάρτηση το x ως προς τον χρόνο, και έστω t_0 η χρονική στιγμή κατά την οποία είναι $x = -9$. Τότε τα δεδομένα και τα ζητούμενα της άσκησης θα είναι

Δεδομένα	Ζητούμενα
$y(t) = x^2(t) + 2x(t)$	$y'(t_0) = ?$
$x(t_0) = -9$	
$x'(t_0) = -2$	

Επομένως

$$y(t) = x^2(t) + 2x(t) \xRightarrow{\text{παραγωγίζουμε}} y'(t) = 2x(t)x'(t) + 2x'(t) \xRightarrow{\text{θέτουμε } t=t_0}$$

$$y'(t_0) = 2x(t_0)x'(t_0) + 2x'(t_0) \xRightarrow{\substack{x(t_0)=-9 \\ x'(t_0)=-2}} y'(t_0) = 2 \cdot (-9) \cdot (-2) + 2 \cdot (-2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'(t_0) = 32$$