

16.6 1)

Καταρχήν $f'(x) = 3\alpha x^2 + 2\beta x - 1$

Ακόμη

το διάγραμμα της f , διέρχεται από το σημείο $A(2,1) \Rightarrow \boxed{f(2)=1}$

η εφαπτόμενη της C_f στο $x_0 = 2$, έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 7 \Rightarrow \boxed{f'(2)=7}$

Οπότε

$$\begin{cases} f(2)=1 \\ f'(2)=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \cdot 2^3 + \beta \cdot 2^2 - 2 - 1 = 1 \\ 3\alpha \cdot 2^2 + 2\beta \cdot 2 - 1 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8\alpha + 4\beta = 4 \\ 12\alpha + 4\beta = 8 \end{cases}$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα βρίσκουμε $\boxed{\alpha=1}$ και $\boxed{\beta=-1}$

16.6 2)

Καταρχήν $f'(x) = 3\alpha x^2 + 2\beta x + 9$

Ακόμη

το διάγραμμα της f , διέρχεται από το σημείο $A(2,-10) \Rightarrow \boxed{f(2)=-10}$

η εφαπτόμενη της C_f στο $x_0 = 2$, έχει συντελεστή διεύθυνσης τον αριθμό -3

$$\Rightarrow \boxed{f'(2)=-3}$$

Οπότε

$$\begin{cases} f(2)=-10 \\ f'(2)=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \cdot 2^3 + \beta \cdot 2^2 + 9 \cdot 2 - 12 = -10 \\ 3\alpha \cdot 2^2 + 2\beta \cdot 2 + 9 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8\alpha + 4\beta = -16 \\ 12\alpha + 4\beta = -12 \end{cases}$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα βρίσκουμε $\boxed{\alpha=1}$ και $\boxed{\beta=-6}$

16.6 3)

Καταρχήν $f'(x) = 2x + \alpha$

Ακόμη

το διάγραμμα της f , διέρχεται από την αρχή των αξόνων $\Rightarrow \boxed{f(0)=0}$

η εφαπτόμενη της C_f στο $x_0 = -2$, είναι παράλληλη στον άξονα $x'x \Rightarrow \boxed{f'(-2)=0}$

Οπότε

$$\begin{cases} f(0)=0 \\ f'(-2)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0^2 + \alpha \cdot 0 + \beta - 1 = 0 \\ 2(-2) + \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\beta=1} \\ \boxed{\alpha=4} \end{cases}$$

16.6 4)

Καταρχήν είναι $f'(x) = 2\alpha x + \beta$

Ακόμη

το σημείο $A(1,3)$ να ανήκει στην $C \Rightarrow \boxed{f(1)=3}$

η εφαπτομένη της C στο σημείο A(1,3) να είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 5x + 4$

$$\Rightarrow \boxed{f'(1) = 5}$$

Οπότε

$$\begin{cases} f(1) = 3 \\ f'(1) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \cdot 1^2 + \beta \cdot 1 - 1 = 3 \\ 2\alpha \cdot 1 + \beta = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 4 \\ 2\alpha + \beta = 5 \end{cases}$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα βρίσκουμε $\boxed{\alpha = 1}$ και $\boxed{\beta = 3}$

16.6 5)

Καταρχήν $f'(x) = 6x^2 + 6\alpha x + 12\beta$

Ακόμη

η εφαπτομένη της C_f στο $x_0 = 2$, είναι παράλληλη στον άξονα $x'x \Rightarrow \boxed{f'(2) = 0}$

η εφαπτομένη της C_f στο $x_0 = 3$, είναι παράλληλη στον άξονα $x'x \Rightarrow \boxed{f'(3) = 0}$

Οπότε

$$\begin{cases} f'(2) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 \cdot 2^2 + 6\alpha \cdot 2 + 12\beta = 0 \\ 6 \cdot 3^2 + 6\alpha \cdot 3 + 12\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12\alpha + 12\beta = -24 \\ 18\alpha + 12\beta = -54 \end{cases}$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα βρίσκουμε $\boxed{\alpha = -5}$ και $\boxed{\beta = 3}$

16.6 6)

Καταρχήν είναι $f'(x) = 3x^2 + 2\alpha x + \beta$

Ακόμη

η γραφική παράσταση C της f περνά από το σημείο A(0,1) $\Rightarrow \boxed{f(0) = 1}$

η γραφική παράσταση C της f περνά από το σημείο A(2,-1) $\Rightarrow \boxed{f(2) = -1}$

οι εφαπτόμενες της C στα σημεία A(0,1) και B(2,-1) είναι παράλληλες

$$\Rightarrow \boxed{f'(0) = f'(2)}$$

Οπότε

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(2) = -1 \\ f'(0) = f'(2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0^3 + \alpha \cdot 0^2 + \beta \cdot 0 + \gamma = 1 \\ 2^3 + \alpha \cdot 2^2 + \beta \cdot 2 + \gamma = -1 \\ 3 \cdot 0^2 + 2\alpha \cdot 0 + \beta = 3 \cdot 2^2 + 2\alpha \cdot 2 + \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma = 1 \\ 4\alpha + 2\beta + \gamma = -9 \\ 0 = 12 + 4\alpha \end{cases}$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα βρίσκουμε $\boxed{\alpha = -3}$, $\boxed{\beta = 1}$ και $\boxed{\gamma = 1}$