

# Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΕΡΟΣ Α

## 16.5 1)

Η ευθεία  $y = 5x + 2$ , έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda = 5$  άρα και η ζητούμενη εφαπτόμενη θα πρέπει να έχει τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης. Επειδή το σημείο επαφής είναι το  $A(-2, f(-2))$  θα πρέπει  $f'(-2) = 5$

$$\text{Όμως } f'(x) = 3x^2 + 2\alpha x + 1$$

Οπότε

$$f'(-2) = 5 \Rightarrow 3(-2)^2 + 2\alpha(-2) + 1 = 5 \Rightarrow 12 - 4\alpha + 1 = 5 \Rightarrow -4\alpha = -8 \Rightarrow \boxed{\alpha = 2}$$

## 16.5 2)

Η ευθεία  $y = 5x + 2$ , έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda = 5$  άρα και η ζητούμενη εφαπτόμενη θα πρέπει να έχει τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης. Επειδή το σημείο επαφής είναι το  $A(1, f(1))$  θα πρέπει  $f'(1) = 5$

$$\text{Όμως } f'(x) = 4\alpha x + \alpha$$

Οπότε

$$f'(1) = 5 \Rightarrow 4\alpha \cdot 1 + \alpha = 5 \Rightarrow 5\alpha = 5 \Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$$

## 16.5 3)

Η ευθεία  $y = 5x + 2$ , έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda = -5$  άρα και η ζητούμενη εφαπτόμενη θα πρέπει να έχει τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης. Επειδή το σημείο επαφής είναι το  $A(2, f(2))$  θα πρέπει  $f'(2) = -5$

$$\text{Όμως } f'(x) = 3\alpha x^2 + 2\alpha^2 x + 3$$

Οπότε

$$f'(2) = -5 \Rightarrow 3\alpha \cdot 2^2 + 2\alpha^2 \cdot 2 + 3 = -5 \Rightarrow 12\alpha + 4\alpha^2 + 8 = 0 \Rightarrow \alpha^2 + 3\alpha + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta = 9 - 8 = 1 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = -1 \\ \alpha_2 = -2 \end{cases}$$

## 16.5 4)

Η ευθεία  $y = -\frac{1}{3}x - 1$ , έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda = -\frac{1}{3}$ , άρα η ζητούμενη εφαπτόμενη θα πρέπει να έχει αντιθετοαντίστροφο συντελεστή διεύθυνσης δηλαδή  $\lambda_{\text{εφ}} = 3$ . Επειδή το σημείο επαφής είναι το  $A(2, f(2))$  θα πρέπει  $f'(2) = 3$

$$\text{Όμως } f'(x) = -2\alpha x + \alpha$$

Οπότε

$$f'(2) = 3 \Rightarrow -2\alpha \cdot 2 + \alpha = 3 \Rightarrow -3\alpha = 3 \Rightarrow \boxed{\alpha = -1}$$

## 16.5 5)

Η ευθεία  $x - y + 5 = 0$ , έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda = -\frac{A}{B} = -\frac{1}{-1} = 1$ , άρα η ζητούμενη εφαπτόμενη θα πρέπει να έχει αντιθετοαντίστροφο συντελεστή διεύθυνσης

δηλαδή  $\lambda_{\varepsilon\varphi} = -1$  . Επειδή το σημείο επαφής είναι το  $A(-1, f(-1))$  θα πρέπει

$$f'(-1) = -1$$

$$\text{Όμως } f'(x) = 2\alpha x + \alpha + 1$$

Οπότε

$$f'(2) = -1 \Rightarrow 2\alpha \cdot (-1) + \alpha + 1 = -1 \Rightarrow -\alpha = -2 \Rightarrow \boxed{\alpha = 2}$$

### 16.5 6)

Η ευθεία που σχηματίζει γωνία  $\frac{\pi}{4}$  με τον άξονα  $x'x$  , έχει συντελεστή διεύθυνσης

$$\lambda = \varepsilon\varphi \frac{\pi}{4} = 1 \text{ , άρα η ζητούμενη εφαπτόμενη θα πρέπει να έχει συντελεστή διεύθυνσης}$$

$$\lambda_{\varepsilon\varphi} = 1 \text{ . Επειδή το σημείο επαφής είναι το } A(1, f(1)) \text{ θα πρέπει } f'(1) = 1$$

$$\text{Όμως } f'(x) = 2\alpha x - \alpha$$

Οπότε

$$f'(1) = 1 \Rightarrow 2\alpha \cdot 1 - \alpha = 1 \Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$$

### 16.5 7)

Η ευθεία που σχηματίζει γωνία  $\frac{3\pi}{4}$  με τον άξονα  $x'x$  , έχει συντελεστή διεύθυνσης

$$\lambda = \varepsilon\varphi \frac{3\pi}{4} = -1 \text{ , άρα η ζητούμενη εφαπτόμενη θα πρέπει να έχει συντελεστή}$$

διεύθυνσης  $\lambda_{\varepsilon\varphi} = -1$  . Επειδή το σημείο επαφής είναι το  $A(0, f(0))$  θα πρέπει

$$f'(0) = -1$$

$$\text{Όμως } f'(x) = 2\alpha x - \alpha^2$$

Οπότε

$$f'(0) = -1 \Rightarrow 2\alpha \cdot 0 - \alpha^2 = -1 \Rightarrow -\alpha^2 = -1 \Rightarrow \alpha^2 = 1 \Rightarrow \boxed{\alpha = \pm 1}$$

### 16.5 8)

Η ευθεία που σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με τον άξονα  $x'x$  , έχει συντελεστή διεύθυνσης

$$\lambda = \varepsilon\varphi 60^\circ = \sqrt{3} \text{ , άρα η ζητούμενη εφαπτόμενη θα πρέπει να έχει συντελεστή}$$

διεύθυνσης  $\lambda_{\varepsilon\varphi} = \sqrt{3}$  . Επειδή το σημείο επαφής είναι το  $A(1, f(1))$  θα πρέπει

$$f'(1) = \sqrt{3}$$

$$\text{Όμως } f'(x) = -2\alpha x - \alpha$$

Οπότε

$$f'(1) = \sqrt{3} \Rightarrow -2\alpha \cdot 1 - \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow -3\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}}$$