

Έστω $A(x_0, y_0)$ ένα κοινό σημείο των δύο γραφικών παραστάσεων. Τότε θα ισχύει

$$\boxed{f(x_0) = g(x_0)} \Rightarrow \frac{1}{2}(e^{x_0} + e^{-x_0}) = \frac{1}{2}(e^{x_0} + e^{-x_0}) \eta \mu x_0 \Rightarrow \eta \mu x_0 = 1$$

Ακόμη

$$f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \Rightarrow f'(x_0) = \frac{1}{2}(e^{x_0} - e^{-x_0}) \quad (1)$$

$$g(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \eta \mu x \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \eta \mu x + \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \sigma \upsilon \nu x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g'(x_0) = \frac{1}{2}(e^{x_0} - e^{-x_0}) \eta \mu x_0 + \frac{1}{2}(e^{x_0} + e^{-x_0}) \sigma \upsilon \nu x_0 \quad \begin{matrix} \eta \mu x_0 = 1 \\ \sigma \upsilon \nu^2 x_0 = 1 - \eta \mu^2 x_0 = 1 - 1 = 0 \Rightarrow \sigma \upsilon \nu x_0 = 0 \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g'(x_0) = \frac{1}{2}(e^{x_0} - e^{-x_0}) \cdot 1 + \frac{1}{2}(e^{x_0} + e^{-x_0}) \cdot 0 \Rightarrow g'(x_0) = \frac{1}{2}(e^{x_0} - e^{-x_0}) \quad (1)$$

$$\Rightarrow \boxed{g'(x_0) = f'(x_0)}$$

Άρα $\begin{cases} f(x_0) = g(x_0) \\ f'(x_0) = g'(x_0) \end{cases}$ που σημαίνει ότι στο τυχαίο κοινό τους σημείο $A(x_0, y_0)$ οι

δύο συναρτήσεις έχουν κοινή εφαπτόμενη